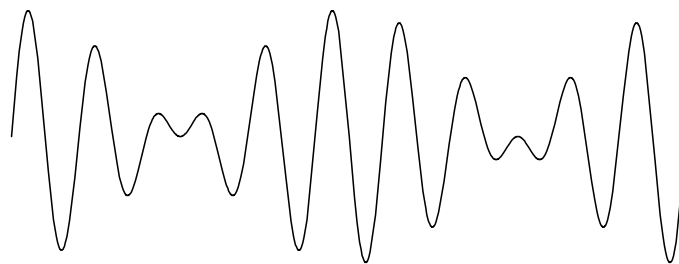
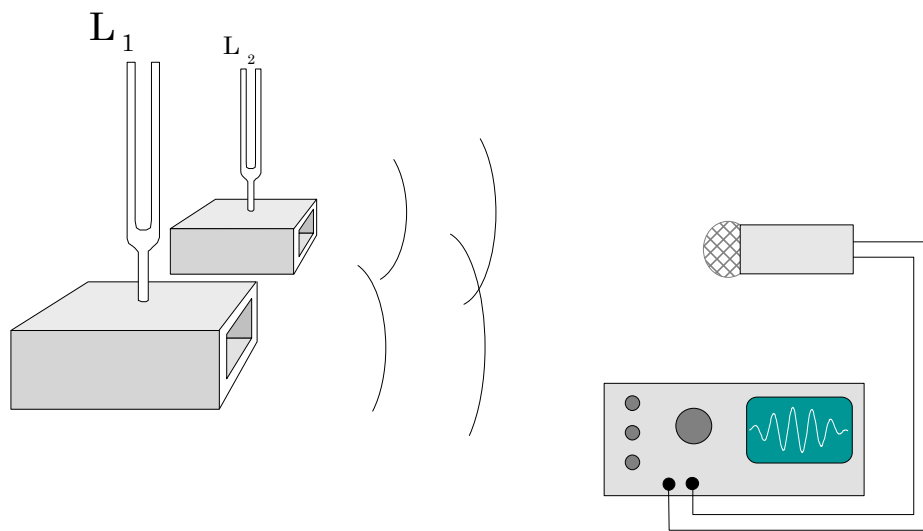


# Bølgelære

Claus Munchow



Det foreliggende materiale er copyrightet, men må frit benyttes til undervisningsformål.  
Det må ikke benyttes til kommercielle formål. Materialet er underlagt licensbetingelser beskrevet  
på <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.da>

Claus Münchow, mail:claus@munchow.net

# Indholdsfortegnelse

1.	ELEMENTÆRE BEGREBER	1
1.1	$y(0,t)$	1
1.2	$y(x,0)$	1
2.	DOPPLEREFFEKT	2
3.	INTERFERENS	3
3.1	Interferens mellem to lydgivere. Stødtone	3
	Eksempel	3
3.2	Youngs dobbeltspalteeksperiment	4
4.	HUYGENS' PRINCIP	5
4.1	Elementarbølger	5
4.2	Analyse	5
4.3	Syntese	5
4.4	Gitter	6
4.5	Refleksion	7
4.6	Brydning	8
4.7	Brydningsloven	9
4.8	Brydningsindeks	10
4.9	Stående transversalbølger	10
4.10	Stående longitudinalbølger	11
4.11	Musikinstrumenter	11
4.12	Resonans	11
4.13	Analoge egensvingninger	12
4.14	Intervaller	14
4.15	Strenginstrumenter	14
4.16	Blæseinstrumenter	15
4.17	Problemer med den gode stemning	15
5.	HOOKS LOV	16
5.1	Dynamik	16
5.2	Den harmoniske oscillators energi	17
5.3	Hookes lov, mikroskopisk	17
6.	OPGAVER	18
7.	STIKORDSREGISTER	21
8.	KLIP UD OG LEG!	23

## 1. ELEMENTÆRE BEGREBER

Vi har betragtet bølger på den lange fjeder.

Vi lægger en  $x$ -akse langs fjederens hvilestilling. I virkeligheden buer den nedad på grund af tyngden. Vi tegner den alligevel vandret.

Fjederen i hvilestilling:



fig.1

Når jeg bevæger endepunktet  $Q$  i en harmonisk svingning, vil der fremkomme en harmonisk bølge som bevæger sig mod højre på fjederen.

Bølgen beskrives ved fjederpunkternes afstand  $y$  fra hvilestillingen.  $y = y(x, t)$  er en funktion af de to variable,  $x$  og  $t$ .

En sådan en er svær at overskue (og tegne graf for).

Vi bliver derfor klogere ved at se på  $y(x, t)$  som funktion af den ene variabel mens den anden fastholdes.

### 1.1 $y(0, t)$

Vi starter med at betragte den harmoniske svingning af endepunktet  $Q$  dvs. for  $x$  fastholdt på  $x = 0$ .

En harmonisk svingning kan beskrives ved en sinus- (eller en cosinus)funktion

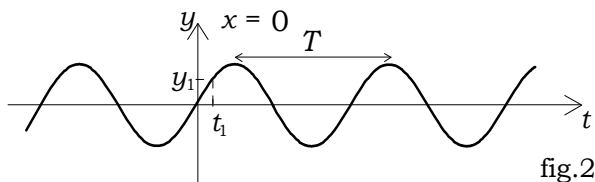


fig.2

(Svingningen har været i gang inden  $t = 0$ . Og denne figur beskriver altså bevægelsen af punktet  $Q$ .)

Perioden eller *svingningstiden*  $T$  er den tid det tager for punktet at udføre en hel svingning.

Frekvensen  $\nu$  ( $n\gamma$ , græsk  $n$  for number) er antallet af svingninger pr. tid.

$\nu$  kan måles i  $s^{-1}$ . Denne enhed kaldes også Hz (hertz).

$T$  og  $\nu$  er nært forbundet hvilket vi kan indse ved at lade punktet  $Q$  fore-

tage  $n$  svingninger. Tiden det varer kalder vi  $t_n$ . Der gælder da ifølge definitionerne at

$$T = \frac{t_n}{n} \quad \text{og} \quad \nu = \frac{n}{t_n}$$

hvoraf følger at

$$T\nu = 1, \quad T = \frac{1}{\nu} \quad \text{og} \quad \nu = \frac{1}{T} \quad (1)$$

Når endepunktet udfører en harmonisk svingning, så vil alle andre punkter på fjederen udføre samme svingning bare tidsforskuet med den tid det varer for en bølge at nå frem til punktet.

Det resulterer i den bølgeform som vi ser bevæge sig hen langs fjederen. Når bølgeformen betragtes til et bestemt tidspunkt ( $t$  fastholdes), så taler vi om et øjebliksbillede af bølgen.

### 1.2 $y(x, 0)$

Her ser vi et øjebliksbillede af fjederen til  $t = 0$ .

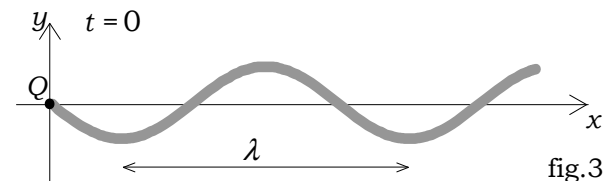


fig.3

På øjebliksbilleder aflæses bølgelængden  $\lambda$ .

Fig. 2, fig.3 og fig. 4 hører til samme bølge.

Af fig. 2 ser vi at  $Q$  er på vej opad. Vi kan f.eks. se udsvingets størrelse til tidspunktet  $t = t_1$ . Bølgen bevæger sig mod højre. Det lille øjeblik  $t_1$  senere er øjebliksbilledet så

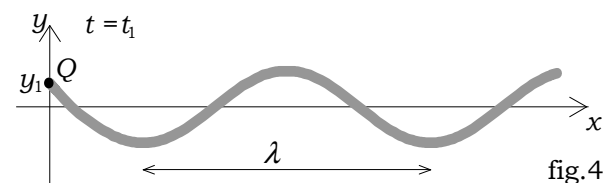


fig.4

Mens  $Q$  bevæger sig en svingning op og ned og tilbage til udgangspunktet i løbet af tiden  $T$ , vil bølgefaconen bevæge sig en bølgelængde  $\lambda$  fremad (brug s.23a).

Udbredeshastigheden  $c$  er derfor

$$c = \frac{\lambda}{T} = \nu\lambda \quad (2)$$

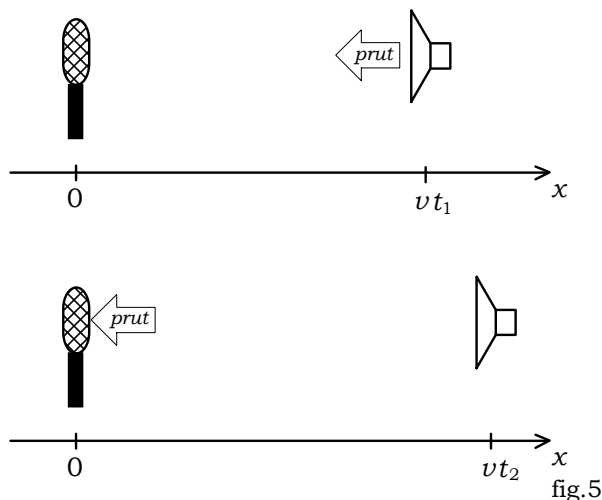
## 2. DOPPLEREFFEKT

Vi skal her udlede den effekt man kender fra en forbigående støjkilde (ambulance, motorcykel m.m.) nemlig at lyden skifter tonehøjde.

Vi lader øret eller mikrofonen stå stille i  $x=0$  og lader lydkilden, en højttaler, bevæge sig med hastigheden  $v$  ( $v$  for velocity) ud ad  $x$ -aksen.

Lydens hastighed kalder vi  $c$ .

Hvis vi regner tiden fra højttaleren var i  $x=0$ , så er højttalerens  $x$ -koordinat  $vt$ .

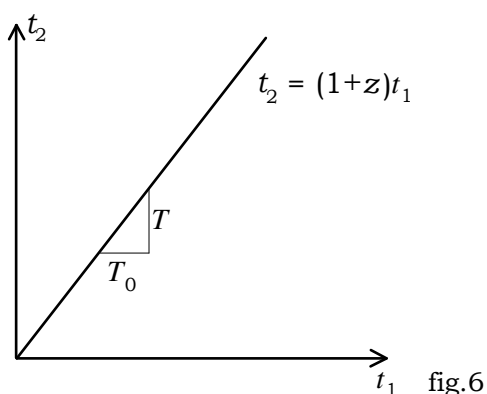


Hvis nu højttaleren udsender en lyd til  $t=t_1$ , og lyden modtages til  $t=t_2$ , så gælder

$$t_2 = t_1 + \frac{vt_1}{c} = \left(1 + \frac{v}{c}\right)t_1 = (1+z)t_1$$

hvor  $z = v/c$  angiver forholdet mellem  $v$ , den relative hastighed mellem sender og modtager, og lydhastigheden  $c$ .

Parentesen er en konstant. Tidspunkterne for udsendelse og modtagelse er altså proportionale med parentesen som proportionalitetskonstant.



Den samme proportionalitet må gælde for tidsintervaller mellem udsendte og modtagne lyde.

I det følgende vil vi med indeks 0 angive udsendte størrelser og uden indeks modtagne.

Hvis således højttaleren udsender en tone med perioden  $T_0$ , så vil den blive modtaget med perioden  $T$  hvor

$$T = (1+z)T_0$$

Da  $\lambda = cT$  ifølge (2), får vi følgende sammenhæng mellem bølgelængderne

$$\lambda = (1+z)\lambda_0 \quad (3)$$

Oversat til frekvenser får vi

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu} &= (1+z) \frac{1}{\nu_0} \\ \Leftrightarrow \nu &= \frac{1}{(1+z)} \nu_0 = \frac{1+z-z}{(1+z)} \nu_0 \\ &= \left(1 - \frac{z}{(1+z)}\right) \nu_0 \end{aligned}$$

Hvis  $z \ll 1$ , får vi

$$\nu = (1-z)\nu_0 \quad (4)$$

Hvis sender og modtager fjerner sig fra hinanden ( $v > 0$ ), så vil den modtagne bølgelængde være forstørret og den modtagne frekvens være formindsket.

Hvis den relative hastighed f.eks. udgør 1% af lydhastigheden, så vil ændringerne udgøre 1%.

For lyde er det forklaringen på de underholdende fænomener når støjkluder kører forbi os.

Men brugt på lyset er fænomenet mere end bare underholdende:

**Edwin Hubble** was a man who changed our view of the Universe. In 1929, he showed that galaxies are moving away from us with a speed proportional to their distance. The explanation is simple, but revolutionary: the Universe is expanding.

(Fra

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Hubble.html>)

### 3. INTERFERENS

Når to eller flere bølger breder sig ind i samme område af bølgemediet, siges de at *interferere*.

Af interferensen opstår der en resulterende bølge. Den findes ved *superposition* af de interfererende bølger ved hjælp af *superpositionsprincippet*:

I det område hvor flere bølger interfererer, frembringer de en bølge hvis udsving  $y$  kan findes ved at addere de udsving,  $y_1$ ,  $y_2$ , ... , som de enkelte bølger ville have frembragt hvis de var alene til stede. Altså

$$y = y_1 + y_2 + \dots$$

#### 3.1 Interferens mellem to lydgi- vere. Stødtone

Vi betragter to harmoniske lydgi- vere  $L_1$  og  $L_2$  med frekvenserne  $\nu_1$  og  $\nu_2$ .

Lyden fra hver lyd giver forplanter sig lige hurtigt i alle retninger.

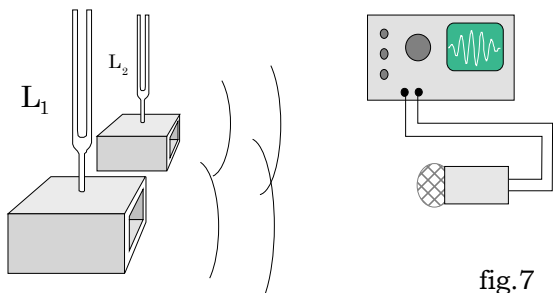
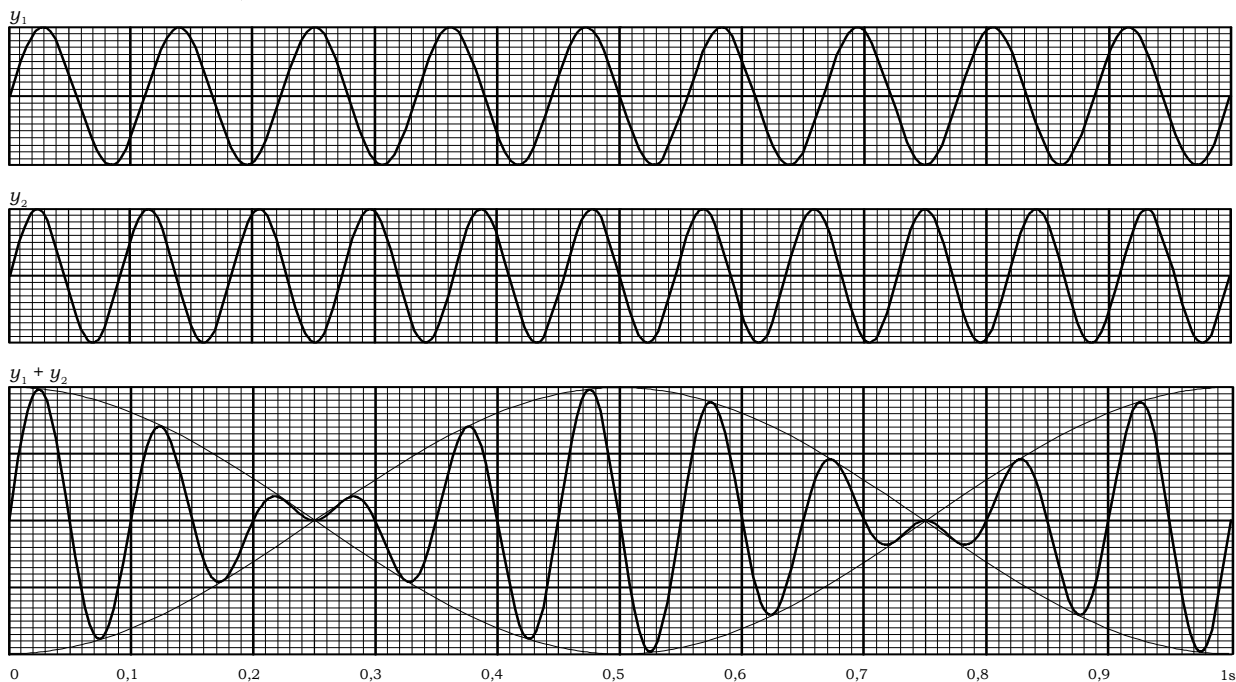


fig.7



#### Eksempel

Vi betragter nu trykvariationerne  $y_1(t)$  og  $y_2(t)$  fra to lydgi- vere  $L_1$  og  $L_2$  hver for sig som de vil blive registreret i mikrofonen jf. grafer nedenfor.

Lyder de to lydgi- vere samtidig, siger superpositionsprincippet at mikrofonen vil registrere en trykvariation  $y$  givet ved

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (5)$$

Nedenfor er superpositionen  $y$  konstrueret ved hjælp af (5). Bemærk den fælles tidsakse under den tredje graf.

Når de to lydgi- veres frekvenser er næsten ens, hører man ikke to, men én tone hvis frekvens  $\nu$  er middelværdien af de to frekvenser.

$$\nu = \frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2) \quad (6)$$

og tonen som kaldes en *stødtone*, kommer med et antal *stød* pr. tid som er lig med forskellen mellem de to frekvenser

$$\nu_{\text{stød}} = |\nu_1 - \nu_2| \quad (7)$$

Musikere kalder stødene for *svævninger*. Når man stemmer instrumenter, er man i særlig grad opmærksom på svævningerne.

Radioteknikere vil (ifald der er tale om en *elektromagnetisk* bølge) kalde superpositionen for en amplitudemoderet bølge. (6) hedder i denne sammenhæng *bærefrekvensen*, mens (7) hedder *modulationsfrekvensen*.

### 3.2 Youngs dobbeltspalteeksperiment

I 1600- og 1700-tallet var der en stående diskussion om lysets natur.

Newton beskrev lyset som partikler, mens Huygens behandlede lyset som bølger. Begge forestillinger kunne forklare de fleste kendte bølgefænomener. Men begge forestillinger havde også visse vanskeligheder.

Et af de tidligste eksperimenter der viste lysets bølgenatur, var Youngs dobbeltspalteeksperiment fra 1807. Det vi nu skal opleve kan ikke forekomme for partikler.

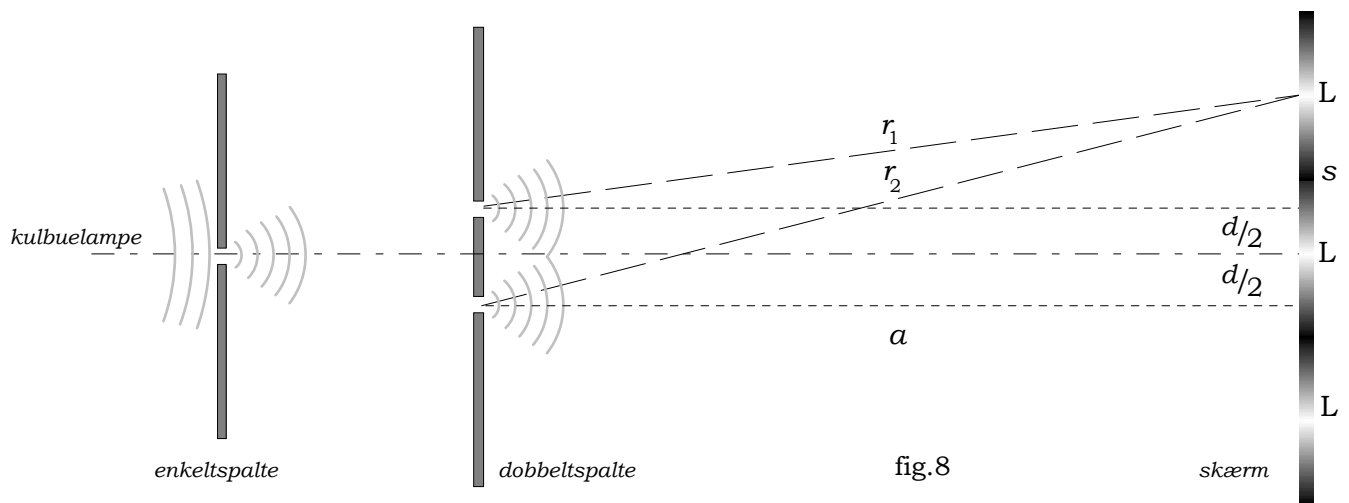
Young udførte det med små huller. Vi udfører det med snævre spalter.

Lys fra f. eks. en kulbuelampe lades passere en enkeltspalte og derefter en dobbeltspalte.

Enkeltspalten udtager en meget lille del af lyset hvilket sikrer at elementarbølgerne der udgår fra dobbeltspalten er kohærente.

På skærmen til højre vil man så se et sribemønster som forsvinder hvis den ene spalte blokeres.

På tegningen er dimensionerne vildt fortegnede.  $d$  er karakteristisk 0,5 mm, mens  $a$  er ca. 5 m.



Vi kan antage at bølgerne i de to spalter er i fase. Dvs. at der bliver konstruktiv interferens ved det midterste L på skærmen fordi der er lige langt herfra og til de to spalter.

Bevæger vi os lidt op eller ned herfra, vil der være forskel på afstandene fra de to huller, og lyset kan komme i modfase således at lyset fra den ene spalte udslukker det fra den anden, destruktiv interferens.

Bevæger vi os så langt langs skærmen at vejforskellen bliver en bølgelængde, vil bølgerne igen være i fase og forstærke hinanden.

Denne betingelse vil vi nu bruge til at finde en formel hvormed vi kan bestemme lysets bølgelængde ved hjælp af dobbeltspalteeksperimentet.

Vi bruger følgende betegnelser:

$d$ : spalteafstanden

$a$ : afstanden dobbeltspalte-skærm

$s$ : afstanden mellem de lyse striber

På figuren findes to retvinklede trekanter, den ene med hypotenusen  $r_1$  og den anden med hypotenusen  $r_2$ .

De har begge  $a$  som vandret katete.

De lodrette kateter er  $s \pm d/2$ .

Pythagoras anvendt på dem giver

$$r_2^2 = a^2 + (s + d/2)^2$$

$$r_1^2 = a^2 + (s - d/2)^2$$

$$\Rightarrow r_2^2 - r_1^2 = 2sd$$

$$\Leftrightarrow (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2sd$$

Her vil fejlen ved at erstatte  $r_2 + r_1$  med  $2a$  være helt forsvindende.

Bruger vi samtidig betingelsen for konstruktiv interferens

$$\lambda = r_2 - r_1$$

får vi endelig

$$\lambda = \frac{sd}{a}$$

## 4. HUYGENS' PRINCIP

I Youngs forsøg betragtede vi ringbølger fra to åbninger.

Ofte er situationerne mere komplicerede. Her hjælper Huygens' princip os. Princippet består i at anvende to trin, en *analyse* og en *syntese*.

Vi har illustreret princippet på en vandoverflade.

### 4.1 Elementarbølger

I centrum af følgende figur er der en punktformig bølge giver, dvs. blot en stift som berører overfladen og bevæger sig harmonisk op og ned.

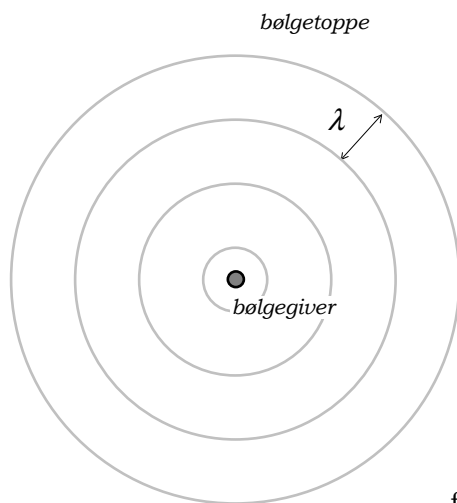


fig.9

Bølger som dannes i og udgår fra et punkt kaldes *elementarbølger*.

Cirklene illustrerer bølgetoppe. Midt imellem dem er der bølgedale.

Punkter der rammes af bølgerne bevæger sig harmonisk med samme frekvens som bølge giveren, men med aftagende amplitude derudaf. Bølgelængden er så vidt vi kan se konstant, så deraf slutter vi at bølgehastigheden er uafhængig af bølgehøjden - så vidt vi kan se. Men det gælder ikke præcist.

I løbet af en periode  $T$  bevæger en bølgetop sig bølgelængden  $\lambda$  og når derfor ud til den næste bølgetop. (2) gælder stadig.

På alle tegningerne er bølge giveren i bund, altså i en bølgedal.

### 4.2 Analyse

En lang, retliniet bølge giver i harmoniske svingninger udsender *lineære bølger*, dvs. udsvinget er ens langs de lineære bølgetoppe (og de lineære bølgedale midt imellem toppene).

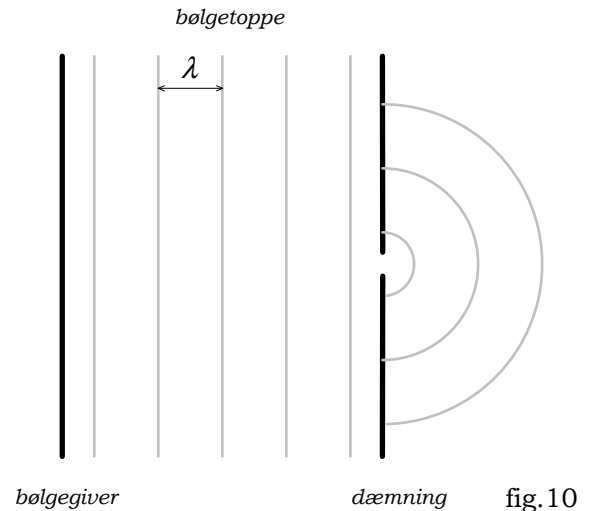


fig.10

Af de lineære bølger udtages en lille del som betragtes som et punkt.

Bag dæmningen dannes *elementarbølger*.

*Analysedelen* siger:

**Ethvert punkt af en bølgefront kan betragtes som udgangspunkt for elementarbølger.**

### 4.3 Syntese

Herefter anbringes en række punktformige bølge givere på en ret linie. De udsender hver især elementarbølger.

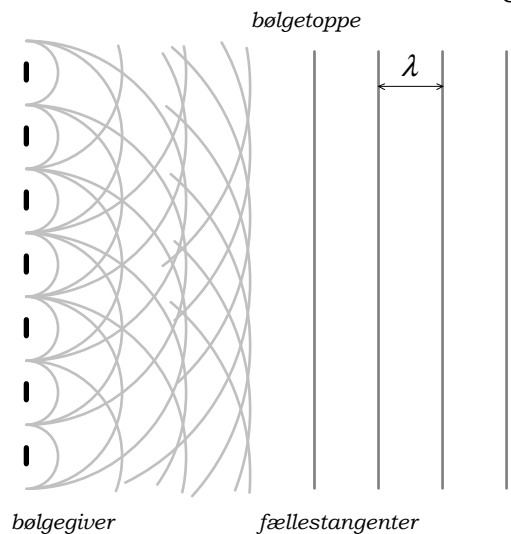


fig.11

Forsøget viser at de mange elementarbølger et stykke væk fra bølgekilden smelter sammen til lineære bølgefronter.

Hvis man husker på at der mellem bølgetoppene er bølgedale, kan man godt indse at superpositionsprincippet må føre til udslukning af bølgefænomenerne undtagen langs de linier som er fællestangenter til cirklerne.

Og hvis man øger antallet af punktformige bølgegivere, nærmer man sig den lange, lineære bølge giver hvor resultatet lineære bølgefronter opstår med det samme.

*Syntesedelen* siger derfor:

**En samling elementarbølger smelter sammen til bølgefronter i fællestangenterne.**

Der skal gøres to kommentarer:

1) Elementarbølgerne skal være synkronne (sammenfaldende tidsforløb). Et andet brugt ord i denne sammenhæng er kohærente (sammenhængende). Det betyder at de skal være styret af samme bølge giver eller udtages af samme bølgefront. Hvis de kun følges næsten ad, skifter billedet tilfældigt og man kan ikke uddrage nogen systematik.

2) Fællestangenter - eller indhyldningskurver! F. eks. kan princippet bruges på elementarbølger selv:

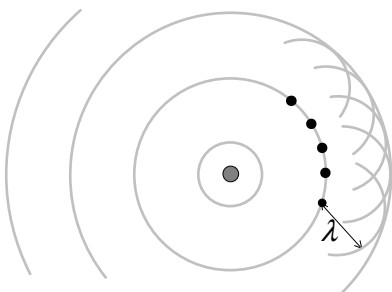


fig.12

Hvis vi er i tvivl om hvorledes den næsttinderste elementarbølge vil fortsætte, så bruger vi analysedelen og tegner elementarbølger. Det skal tænkes gjort i princippet for alle punkter på bølgefronten; her er vist konstruktionen for fem.

Efter perioden  $T$  er disse vokset til en radius  $\lambda$ . *Syntesedelen* fortæller at bølgen fortsætter som deres fælles tangerende kurve. Og det er jo netop den næste elementarbølge - sådan som det skal være!

Således ligger Huygens' princip bag alle selvfølgelige bølgeudbredelser. Men i mange situationer hvor vi kan være i tvivl om hvordan bølger reagerer på forhindringer, bliver Huygens' princip vores redningsplanke.

#### 4.4 Gitter

Gitteret er en videreudbygning på ideen fra dobbeltspalten med flere spalter. Dermed bliver det et meget præcist optisk udstyr som har været meget værdifuldt i atomfysikkens barndom hvor undersøgelser af spektrallinier var afgørende i testningen af de nye teorier for atomerne.

Det kan laves med ridseteknik eller fotografisk. Der er tale om at lave et "stakit" for lyset med 100-1000 spalter pr. mm

Lyset kommer ind fra venstre og rammer gitteret. Vi er spændte på hvordan det fortsætter og bruger Huygens' princip. Vi ser på én bølgelængde, dvs. lyset er *monokromatisk*.

Ud af hver spalteåbning kommer der en elementarbølge som vist på figur 13. Det betyder at der er flere retninger hvor der vil opstå konstruktiv interferens.

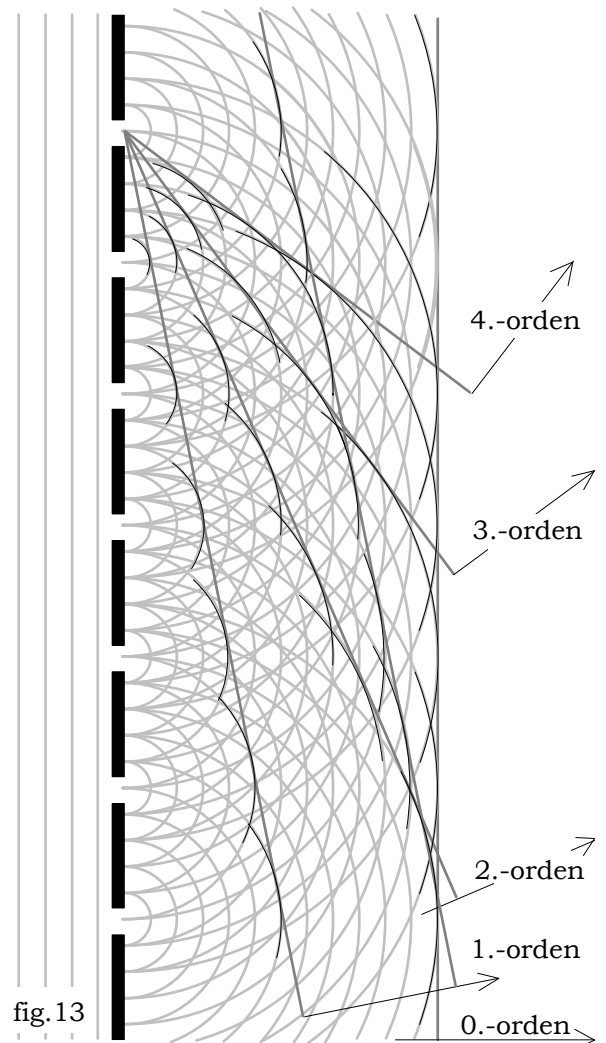


fig.13



Umiddelbart opstår der en bølge, 0.-ordens gennemgang, af alle de elementarbølger der er opstået samtidig.

Men de der opstår med en periodes mellemrum (hvis radier afviger med  $\lambda$ ) fra naboåbninger, vil også langt fra gitteret smelte sammen og følges ad i en bestemt retning, 1.-ordens gennemgangen.

På tegningen vises hvorledes man finder retningen for 1.-ordensgennemgangen: Ud fra et hul trækker man en ret linie som tangerer 1., 2., 3.,... cirkel fra nabohullerne. (For 1.orden er der tegnet endnu en bølgefront  $6\lambda$  længere ude.)

2.ordens konstrueres ved at tangere 2., 4., 6,... fra nabohullerne osv.

Det er også forsøgt vist hvorledes disse elementarbølger smelter sammen på større afstand af gitteret.

På vores tegning er der mulighed for op til 4.-ordensgennemgang.

Afstanden mellem spalterne kaldes *gitterkonstanten*  $d$ .

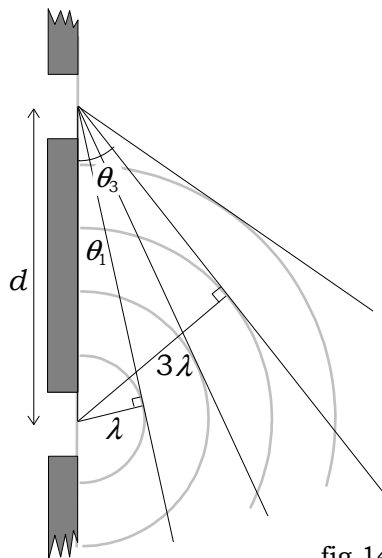


fig.14

Retningsændringen for 1.-ordensgennemgangen kaldes  $\theta_1$ . Af den fremhævede retvinklede trekant fås

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d}$$

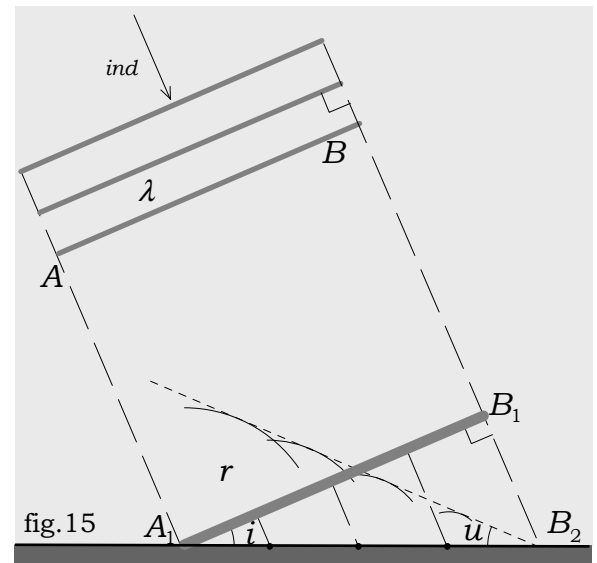
Generelt gælder gitterligningen

$$n\lambda = d \sin \theta_n \quad (8)$$

hvor  $n$  er afbøjningens orden.

$\lambda$  kan bestemmes meget præcist ved at måle afbøjningsretningen. Gitterspektroskoper er fine apparater til analyse af spektraler.

## 4.5 Refleksion



Et tog af lineære bølger kommer ind mod en reflekterende dæmning. Bølgerne betragtes indenfor de to stiplede linier som angiver udbredelsesretningen hvorfor de står vinkelret på bølgefronterne.

Vi følger en bølgefront som skærer disse stiplede linier i A og B.

To tidspunkter af særlig betydning betragtes, nemlig

- $t_1$  hvor A rammer dæmningen i  $A_1$  (og B er i  $B_1$ ) og
- $t_2$  hvor B rammer dæmningen i  $B_2$ .

Idet vi leger at vi er i tvivl om hvorledes bølgen reflekteres, bruger vi analysedelen af Huygens' princip og tegner elementarbølger efterhånden som punkter fra den betragtede bølgefront rammer dæmningen i tidsrummet  $[t_1; t_2]$  af varigheden  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Fire af disse elementarbølger er tegnet til tidspunktet  $t_2$ .

Den største er startet til  $t_1$  og er vokset til radius  $r$  i løbet af  $\Delta t$ . I samme tidsrum har B bevæget sig fra  $B_1$  til  $B_2$ . Da alle bølger bevæger sig med samme hastighed er  $r = B_1B_2$ .

Midtpunktet mellem A og B bruger  $\frac{1}{2}\Delta t$  til at nå dæmningen og vokser altså i  $\frac{1}{2}\Delta t$  og opnår radius  $\frac{1}{2}r$ .

Det ses at elementarbølgernes radii vokser proportionalt med centrerens afstand fra  $B_2$ . Fællestangenten bliver derfor den prikkede rette linie.

Fællespunktet mellem elementarbølgen med centrum i  $A_1$  og fællestangenten kaldes  $A_2$ . Linien gennem  $A_1$  og  $A_2$  er radius til tangentens røringsspunkt og står derfor vinkelret på tangenten.

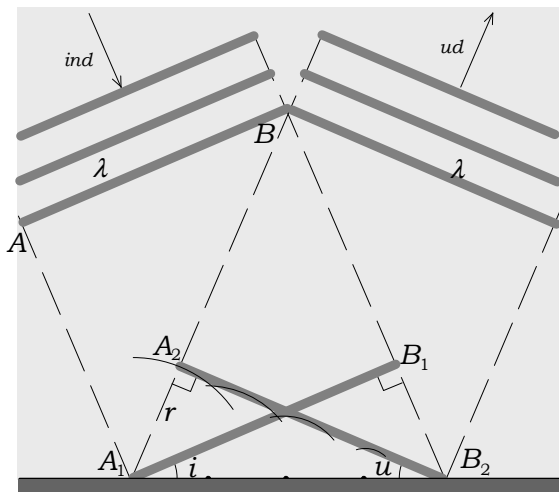


fig.16

$\triangle A_1B_1B_2$  og  $\triangle B_2A_2A_1$  er kongruente fordi de begge er retvinklede, har hypotenusen fælles og  $A_1A_2 = B_2B_1$ .

Heraf ses at  $i = u$ , indfaldsvinkel er lig med udfaldsvinkel (refleksionsvinkel).

Tegningen kan også forlænges ind i papiret og dermed angive et tog af plane bølger (f. eks. lyd eller lys som rammer ind mod en reflekterende plade).

I forbindelse med lys er det mere naturligt at angive vinklerne ud fra lysets udbredelsesretning, lysstrålens retning.

Man definerer derfor *indfaldssloddet* som en linie vinkelret på den reflekterende flade dér hvor lysstrålen rammer. Vinklen mellem lysstrålen og indfaldssloddet er den samme som vinklen mellem bølgefronterne og fladen.

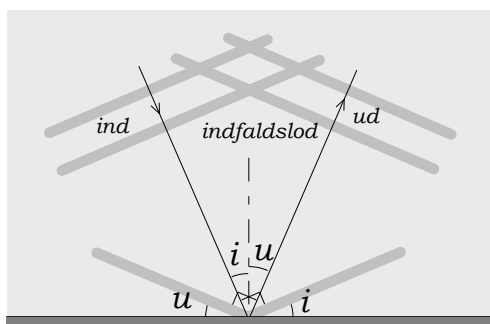


fig.17

## 4.6 Brydning

Bølgetoget brydes når det passerer en skillelinie mellem områder med forskellige bølgehastigheder.

De to områder kaldes **I** og **II** og udbredeshastighederne  $c_1$  og  $c_2$ . På tegningen antager vi at  $c_1 > c_2$ .

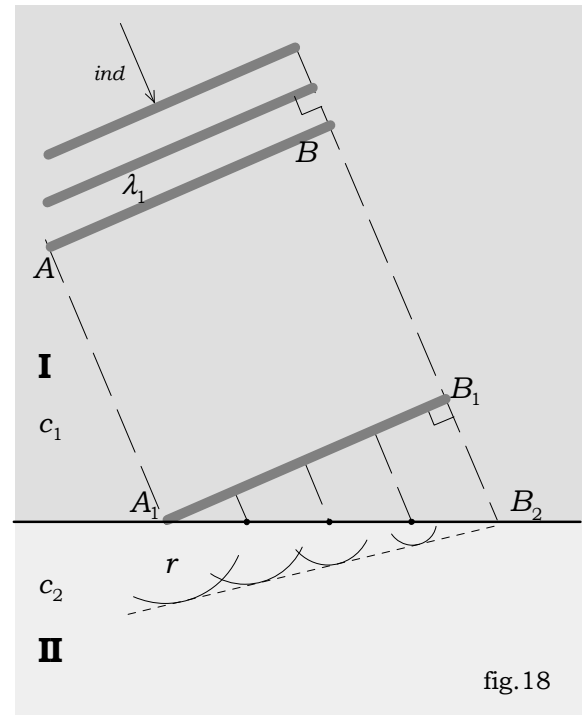


fig.18

Vi opholder os igen ved de to tidspunkter

- $t_1$  hvor  $A$  rammer skillelinien i  $A_1$  (og  $B$  er i  $B_1$ ) og
- $t_2$  hvor  $B$  rammer skillelinien i  $B_2$ .

og tidsrummet  $[t_1; t_2]$  af varigheden  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

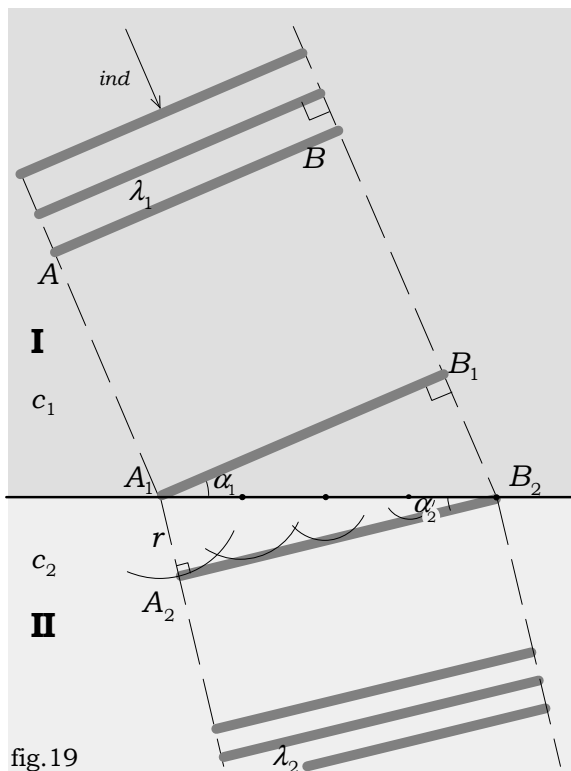
Vi tegner elementarbølger efterhånden som punkter på den indfaldende bølgefront  $AB$  rammer skillelinien mellem **I** og **II**.

Til  $t_1$  starter den største. Den opnår radius  $r$  i løbet af  $\Delta t$ . Da udbredeshastigheden er  $c_2$  gælder

$$r = c_2 \Delta t$$

Den næststørste starter  $\frac{1}{4} \Delta t$  senere og vokser derfor i  $\frac{3}{4} \Delta t$  og opnår radius  $\frac{3}{4} r$ . Der ses igen at elementarbølgerne radius er proportional med centrenes afstand fra  $B_2$ . Fællestangenten bliver derfor den prikkede rette linie.

Fællepunktet mellem elementarbølgen med centrum i  $A_1$  og fællestangenten kaldes  $A_2$ , se figuren:



Linien gennem  $A_1$  og  $A_2$  er radius til tangentens røringspunkt og står derfor vinkelret på tangenten.

I tidsrummet  $\Delta t$  bevæger  $B$  sig fra  $B_1$  til  $B_2$  med hastigheden  $c_1$ . Altså gælder

$$B_1B_2 = c_1 \Delta t$$

Der gælder yderligere

$$A_1A_2 = r = c_2 \Delta t$$

I de to retvinklede trekkanter  $\triangle A_1B_1B_2$  og  $\triangle B_2A_2A_1$  kalder vi vinklerne mellem skillelinien og bølgefronter i henholdsvis **I** og **II** for  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ .

Der gælder så

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} &= \frac{\frac{B_1B_2}{A_1B_2}}{\frac{A_1A_2}{A_1B_2}} = \frac{B_1B_2}{A_1A_2} = \frac{c_1 \Delta t}{c_2 \Delta t} \\ &= \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \end{aligned}$$

Ved den sidste omskrivning brugte vi (2) samt at  $v$  jo er ens i **I** og **II**.

## 4.7 Brydningsloven

Brydningsloven bruges normalt på formen

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (9)$$

Der er al mulig grund til at forlade begreberne indfalds- og brydningsvinkel. Strålegangen bliver den samme ligegyldigt hvilken vej strålen bevæger sig. Vi sammenknytter derfor  $\alpha$  og  $c$  med et indeks som refererer til området.

(9) kan bruges hvis man kan finde værdier for udbredeshastighederne for de pågældende bølger.

Kig i Databogen i forbindelse med følgende:

For mange bølgefænomener er bølgehastigheden uafhængig af bølgelængden, så at bølgehastigheden kan findes i tabelværker.

Det gælder for lyd i luft hvor hastigheden til gengæld afhænger luftens temperatur og sammensætning (fugtighed,  $\text{CO}_2$ ), men ikke af trykket. (Det skyldes at det der svarer til  $F$  og  $\mu$  i (12), ændrer sig med trykket så forholdet er uændret.)

Også for lys i vakuum gælder at udbredeshastigheden er uafhængig af bølgelængden.

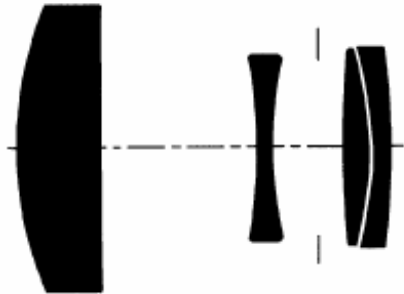
For andre bølgefænomener er lyshastigheden afhængig af bølgelængden; fænomenet kaldes *dispersion*.

Det gælder for overfladebølger på vand som har et minimum i udbredelsesretningen på 23 cm/s for bølgelængder på 1,7 cm. Det er tæt på den bølgelængde vi har i bølgekaret hvorfor det i vores eksperimenter ser ud som om der ikke er nogen dispersion.

Der er også dispersion i lys i de fleste stoffer. Ved optiske linser giver dispersionen anledning til uskarpe billeder fordi de forskellige farver ikke brydes ens.

Ved at sammensætte optiske linser af forskellige glastyper kan man kompensere herfor og opnå såkaldte akromatiske linser.

Her ses opbygningen af et af historiens berømteste objektiver:



The Carl Zeiss Tessar®

fig.20

#### 4.8 Brydningsindeks

Gennemsigtige stoffers brydnings-egenskaber karakteriseres ved det såkaldte brydningsindeks  $n$  givet ved

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_{\text{stof}}} = \frac{c}{c_{\text{stof}}} = n_{\text{stof}} \quad (10)$$

hvor  $c$  er lyshastigheden i vakuum og  $\alpha$  vinklen samme sted, mens  $c_{\text{stof}}$  er lyshastigheden i stoffet og  $\alpha_{\text{stof}}$  er vinklen dér. Det er så  $n_{\text{stof}}$  man slår op og ikke  $c_{\text{stof}}$ .

(10) er altså figur 19 hvor der ikke er noget stof i område **I**. I praksis gælder det også hvis **I** består af luft.

Hermed kan (9) omskrives

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{\frac{c_2}{c_1}} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (11)$$

så for to stoffer er forholdet mellem sinusserne det *omvendte* af forholdet mellem brydningsindekserne.

## 5. MUSIKINSTRUMENTER

Som indledning til beskrivelsen af musikinstrumenter vender vi tilbage til opmærksomhed over for den lange fjeder. På strengeinstrumenter opstår lyden som transversalbølger som er lette at iagttage på den lange fjeder.

På blæseinstrumenter er der tale om longitudinalbølger i luftsøjler. De er ikke så lette at se, men de har helt lignende egenskaber hvilket bliver demonstreret i klassen.

### 5.1 Stående transversalbølger

Til de tilstedeværendes store glæde er det i klassen blevet demonstreret hvor simpelt en puls reflekteres fra hhv. en fast og en løs ende.

Ellers kan det ses her:

(<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/reflect/reflect.html>)

Herefter kan man ved hjælp af superpositionsprincippet og transparenterne bag i hæftet indse den reflekterede harmoniske bølge interfererer med den indfaldende således at der opstår en stående bølge; den bevæger sig hverken den ene eller den anden vej:

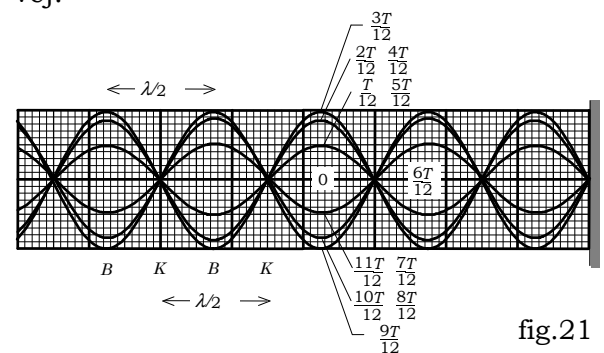


fig.21

Det er vigtigt at indse at den er resultat af to mod hinanden gående ens harmoniske bølger og at tolkningen af  $\lambda$  er som på figuren. Vi skal nemlig snart bruge (2) som gælder for fremadskridende harmoniske bølger.

På den stående bølge kalder vi de punkter der ligger stille, for *knudepunkter K* og de punkter der har de største udsving, for *bugpunkter B*.

Mellem nabobuge eller naboknuder er der en halv bølgelængde.

Figuren viser refleksionen fra en fast ende. Der må nødvendigvis være knude i endepunktet.

Hvis enden er løs, vil der være bug i endepunktet.

## 5.2 Stående longitudinalbølger

Nedenfor er vist en stående longitudinalsvingning i et rør med to åbne ender. De svarer til løse ender ved transversalbølgerne. Der er bug i åbne ender.



Symbolet  $\rightleftharpoons$  betyder at luftdelene er forskudt til venstre i forhold til deres hvilestilling.

Det betyder at der i knudepunkterne er hhv. undertryk, overtryk, undertryk. Det får luftdelene til at vende om, passere hvilestillingen og en halv periode senere gå i stå i denne position:



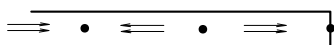
med overtryk, undertryk, overtryk.

I naboknuder er trykkene i modfase.

I bugpunkter er trykket lig med barometerstanden hvilket er i fin overensstemmelse med at der er bug i de åbne ender.

Normalt markerer man bare bugpunkter med  $\equiv$  og håber at læseren husker at naboforskydninger går modsat.

Longitudinalbølger i et rør med en lukket ende har naturligvis knude i den lukkede ende.



## 5.3 Streng- og blæseinstrumenter

*Strenginstrumenter* er musikinstrumenter hvor der spilles på en eller flere opspændte strenge. Strengene udfører *transversalbølger*.

*Blæseinstrumenter* er musikinstrumenter hvor der spilles på *longitudinalbølger* i luftsøjlen i et rør.

Rørene kan være hovedsageligt cylindriske (fløjte, klarinet, basun) eller koniske (obo, fagot, saxofon og trompeterne fra Dansk Reklame Film).

Messingblæsere med ventiler er cylindriske i det område hvor ventilerne virker, ellers koniske (horn, kornet,

trompet, tuba). Orgelpiber findes både cylindriske og koniske.

Røret kan have to åbne ender (fløjte, nogle orgelpiber) eller en åben og en lukket ende (alle andre).

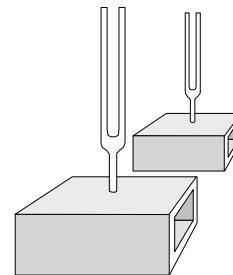
Svingningerne i en streng eller i en luftsøjle må holdes ved lige med en energitilførsel som er i takt med instrumentets svingning.

Det leder os ind på det spændende begreb resonans.

## 5.4 Resonans

I har set (hørt!) resonans i forbindelse med to stemmegaffer.

Jeg an slog den ene, holdt derefter om den hvorefter den anden spillede videre!



Det var imidlertid en afgørende forudsætning at de to stemmegafflers svingninger havde samme frekvens.

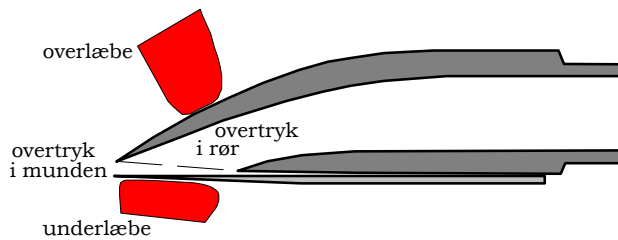
Ved at anbringe et lille lod på den ene kunne man gøre dennes frekvens en anelse lavere, og fænomenet udeblev fuldstændigt.

På en fløjte hvisler man med mange frekvenser (hvid støj) ved at blæse ned i hullet i den ene ende. Fløjten udvælger så selv at lade sig påvirke af den frekvens som er lig med fløjtenes egenfrekvens, således som man nu har valgt at lukke og åbne klapper.

På de andre blæseinstrumenter blæser man i den lukkede ende! og svingningen i instrumentet sørger selv for at lukke en lille smule op på de rette tidspunkter.



Dette illustreres her med et klari-  
netmundstykke



som også kunne være et saxo-  
fonmundstykke.

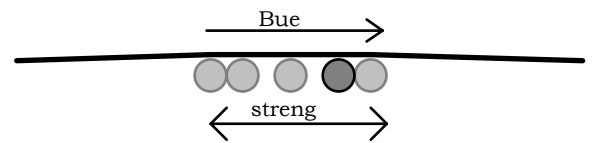
På figuren er vist mundstykket med  
bladet (af bambus) for neden, overlæ-  
ben som lukker tæt mod mundstykket  
og underlæben som yderligere presses  
op mod bladet. Læbetrykket skal kun-  
ne klemme bladet op mod mundstyk-  
ket så at det lukker helt tæt. Over-  
trykket i munden bidrager ikke til  
denne lukning fordi det ikke er det,  
men læberne der trykker bladet opad.  
På figuren er der en lille åbning mel-  
lem mundstykket og bladet. Det er  
nødvendigt for at få tonen i gang. Men  
når musikken spiller, klemmes bladet  
op mod mundstykket så at enden er  
lukket det meste af tiden.

I den lukkede ende er der knude,  
jfr. oversigtssiden over analoge sving-  
ninger. Her svinger trykket mellem  
overtryk og undertryk.

Det gælder så for musikeren gen-  
nem træning at kunne beherske læbe-  
kraften, embouchuren, og overtrykket  
i mundhulen således at når trykket i  
den lukkede ende er størst, kan det li-  
ge netop overvinde læbetrykket og åb-  
ne en lille smule ind til trykket i mun-  
dhulen som er endnu større. D.v.s.  
musikeren øger overtrykket i instru-  
mentet en lille smule og tilfører der-  
med energi til svingningen.

Svingningen i røret sørger således  
selv for at den ydre påvirkning er i re-  
sonans med svingningen.

Noget tilsvarende gør sig gældende  
for strygeinstrumenter. Det er således  
at ved tør gnidning er gnidningsmod-  
standen mindre, jo større hastigheden  
mellem de gnidende flader er.



Buen føres mod højre. Strengen  
svinger frem og tilbage.

Når strengen følges med buen mod  
højre, er gnidningskraften større end  
når strengen og buen går hver sin vej.

Buen udfører derfor et større posi-  
tivt end negativt arbejde og tilfører alt-  
så energi!

Ja, ved fællestimen i naturviden-  
skabsfestivalsugen blev det påstået at  
strengen fulgte fuldstændigt med buen  
den ene vej. Det kan godt være tilfæl-  
det når violinisten trykker hårdt ned  
på buen, men jeg tvivler på at det er  
tilfældet med alle former for strøg.

Dette forhold er afgørende for at  
buen ikke bare tjener til at få violinen  
til at spille, men også er et middel til  
at frembringe et væld af forskellige  
klange.

## 5.5 Analoge egensvingninger

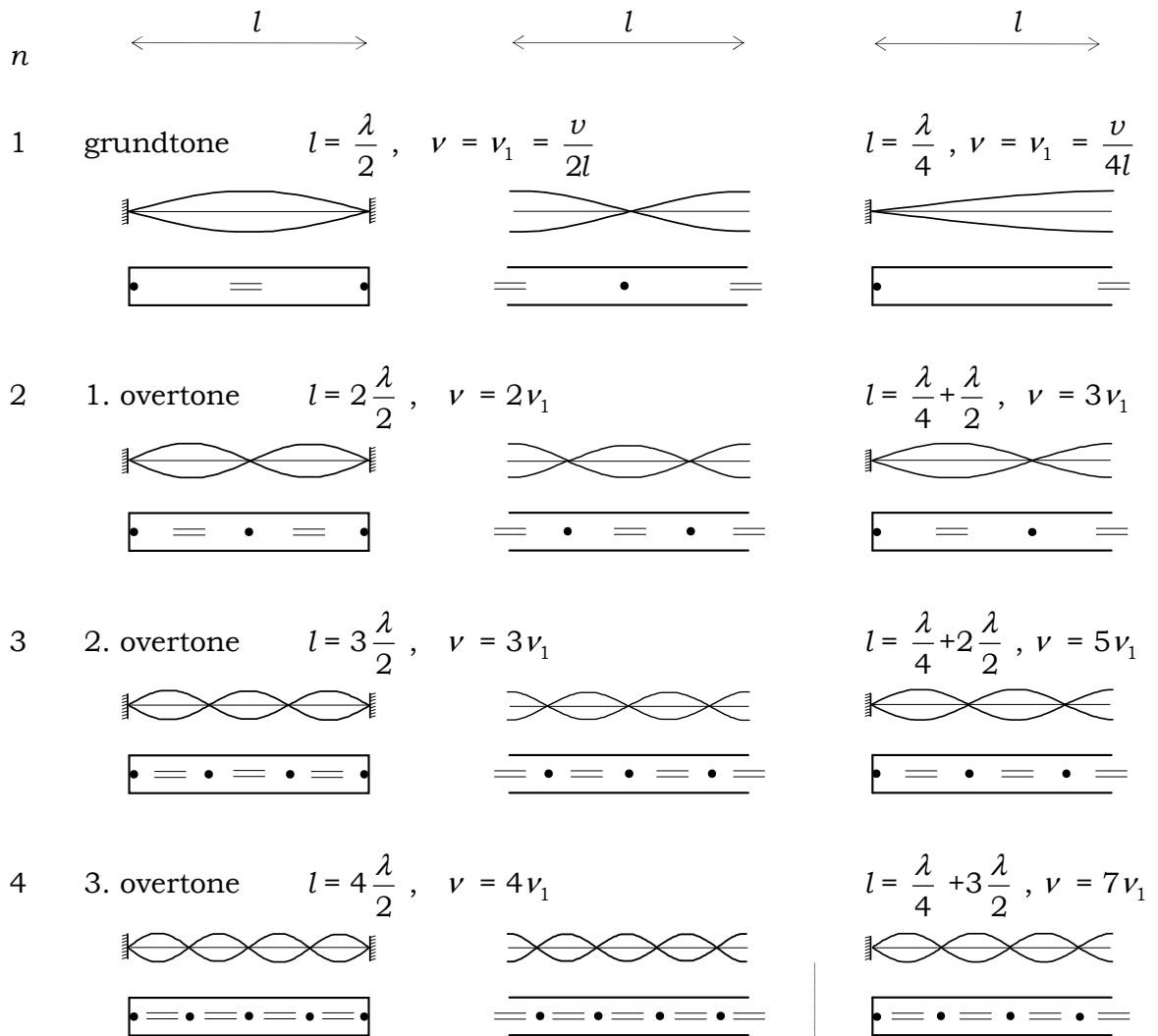
De vilkår hvorunder strenge og luft-  
søjler kan svinge er præciseret i 4.9.  
og 4.10.

Bølgeudbredelseshastigheden kal-  
des  $v$  og holdes foreløbig konstant. I  
4.15. og 4.17 vil vi se hvilke mulighe-  
der – og farer – der ligger i ændringer  
af  $v$ .

Med konstant  $v$  og en given længde  
kan der frembringes en familie af uen-  
deligt mange frekvenser som forholder  
sig til hinanden på en meget simpel  
måde.

Næste side giver en oversigt. (Der er  
meget indhold at fordybe sig i. (2) skal  
bruges en del.)

Analoge egensvingninger i en streng og i et cylindrisk rør med længden  $l$ .



Der må mellem enderne være et helt antal halve bølgelængder, d.v.s.

$$\begin{aligned}
 l &= n \frac{\lambda}{2} & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu l &= n \frac{\nu \lambda}{2} & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu &= n \frac{\nu}{2l} & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu &= n \nu_1 & n \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$

hvor  $\nu_1$  er grundtonens frekvens.

Der må mellem enderne være en kvart bølgelængde eller en kvart bølgelængde plus et helt antal halve bølgelængder, d.v.s.

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{\lambda}{4} + (n-1) \frac{\lambda}{2} & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow l &= n \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4} (2n-1) & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu l &= \frac{\nu \lambda}{4} (2n-1) & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu &= \frac{\nu}{4l} (2n-1) & n \in \mathbb{Z}_+ \\
 \Leftrightarrow \nu &= \nu_1 (2n-1) & n \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$

hvor  $\nu_1$  er grundtonens frekvens.

## 5.6 Intervaller

En gennemgang af de musikalske intervaller kan findes på

<http://home1.stofanet.dk/mue/DATA/SKALAER.ZIP>

Her bliver vi nødt at nævne okta-ven. Det er intervallet mellem to toner hvoraf den enes frekvens er dobbelt så stor som den andens. Den forekommer nedadgående i "Kong Christian stod ved højen mast" mellem tonerne på "Christ"... og "...ian".

De lyder næsten ens. Når mænd (og det skal være mænd og ikke drenge. Og så må det jo blive:) og damer synger sammen, så synger de faktisk ikke helt sammen. De synger i oktava-stand -hvis alt går vell!

Tonenavnene gentages efter at de 12 toner i en oktav er gennemløbet.

Og så til problemerne:

## 5.7 Strenginstrumenter

Moderne flygler har godt 7 oktaver, dvs. små hundrede toner.

Klaverer og flygler benytter kun grundtonen.

Hvis de skulle frembringes med ens og ens spændte strenge, skulle den længste være over  $2^7$  (=128) gange så lang som den korteste.

En meget kort streng har en ringe lydudstråling. De korteste er ca. 5 cm. Det bliver ikke let.

Vejen frem er at nærlæse følgende formel for bølgehastigheden i en streng

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (12)$$

hvor  $F$  er den kraft hvormed strengen er opspændt og  $\mu$  er strengens masse pr. længde sammen med formlen

$$v_1 = \frac{v}{2l} \quad (13)$$

for grundtonens frekvens.

Høj frekvens fås med lille længde (her er der grænser nedadtil) og stor hastighed. Stor hastighed opnås igen den stor snorkraft og lav masse pr. længde. Lav masse pr. længde giver lav brudstyrke. Det er altså vigtigt at bruge særligt stærke stålstrenge så man kan opnå de høje frekvenser med

tilstrækkeligt lange strenge til at få noget lyd ud.

Hvad så med bassen?

Dér kan man jo bare sætte  $v$  ned ved at gøre strengen slap. Men det giver en, ja, netop slap og slatten lyd.

Midlet er at gøre  $\mu$  meget stor så at strengen alligevel kan have en rimelig spænding. Basstremene er stålstrenge omvundet med kobbertråd.

Strengelængden rækker så fra ca. 5 cm til små 2 m. Resten er op til klaverstemmeren som opnår sit resultat ved at justere strengenes snorkraft.

Med disse foranstaltninger har vi dog endnu ikke løst alle de store, indledende problemer. For at få en ensartet lydstyrke, er det nødvendigt at bruge to strenge i mellemelejet og sågar tre strenge i det høje leje. Det stiller yderligere krav til klaverstemmeren! Eller også indretter man sig: Når disse strenge ikke stemmer indbyrdes, fås et forstemt klaver, og det er ligefrem et stilkrav i westernsaloner.

Guitarer har 6 strenge og strygeinstrumenter og banjo m.m. har 4 (undertiden dobbeltstrenge). Også her er de dybe strenge kobberomvundet for at blive tykkere. Instrumenterne stemmes ved at justere snorkraften.

I almindelighed spilles på grundtonen. Toner ud over de 6/4 løse strenge fås ved at afkorte strengelængden. På guitarer og banjoer er der forhøjninger som inddeler gribebrættet i bånd der gør det lettere at ramme rigtigt. Strygeinstrumenter har et helt glat gribebræt hvor kunsten i høj grad er at ramme rigtigt, subsidiært at rette ind inden nogen opdager noget! Det lykkes ikke altid og det er ulempen ved det glatte gribebræt. Til gengæld giver det musikeren en større frihed ikke bare med hensyn til glissandoeffekter, men i det musikalske udtryk i almindelighed, især vibratoet.

På guitarer og strygeinstrumenter bruges undertiden at spille på overtoner, flageolettoner, som særlig effekt. De frembringes ved at en finger fremtvinger et knudepunkt (se oversigten s. 14) uden at trykke strengen ned på gribebrættet. Klangen bliver herved fjern, som et ekko af den almindelige klang. (F.eks. Heitor Villa-Lobos: Præludium for guitar i e-mol, ca. 1½ minut inde.)



## 5.8 Blæseinstrumenter

Tværfløje, blokfløje og mange orgelpiber er rør med to åbne ender.

Andre har en åben og en lukket ende.

Orglet har som flyglet en tonefrembringer for hver tone.

Blæserne manipulerer med rørlængden og med overtoner.

For alle gælder at instrumenterne stemmes ved at justere instrumentets grundlængde.

Mærkeligt nok har koniske instrumenter med en åben og en lukket ende samme overtonerække som fløjter.

Tonehøjden på træblæsere varierer ved hjælp af rørlængden (klapper åbnes nedefra, hvorved rørlængden formindskes). På den måde skaffer man sig alle 12 toner i den laveste oktav.

Derefter spiller man på overtoner.

Den næste oktavs 12 toner frembringes ved de samme greb, men suppleret med et lille hul midt i rørlængden<sup>1</sup>. Se på oversigten at man på den måde fremtvinger en bug i midten og dermed første overtone. (Lige netop i et bugpunkt er trykket konstant lig barometerstanden og en svingning i røret kan ikke mærke hullet. Men hvis et hul åbnes i nærheden af en knude, vil luften fise ud og ind og tappe svingningen for energi.) Sådan får man en oktav til.

Derefter kan man spille på 2. overtone, men grebene bliver tit med småvariationer over det umiddelbart logiske fordi de er stabilere eller klinger bedre.

Dette gælder dog ikke for klarinetten (cylindrisk, åben/lukket, se s. 13 højre spalte). Den første overtone en klarinettist kan frembringe har en frekvens der er 3 gange så stor som grundtonen, dvs. en oktav + en kvint. Klarinetten "overblæses" ved at man åbner et lille hul  $\frac{1}{3}$  rørlængde fra mundstykket (den lukkede ende).

Overtoner på blæseinstrumenter svarer fysisk helt til flageolet på strengeinstrumenter. Det giver samme klangforskell på orgelpiber hvor ekko-

virksomheden så er ønsket. Men på blæseinstrumenter tilstræbes egalitet i hele omfanget. Det er opnået dels gennem instrumentudviklingen og dels gennem instrumentalistens uddannelse.

## 5.9 Problemer med den gode stemning

Det er nu en almindelig vedtægt at instrumenter skal stemme så at tonen *a* har frekvensen 440 Hz, kaldet kamertonen.

Musikerne i et stort orkester gør sig før en koncert meget umage med at stemme instrumenter. Så kommer de godt fra start. Men uheldige forhold gør at de ofte må korrigere stemningen når de er kommet godt i gang.

De uheldige forhold er knyttet til temperaturen. Den stiger tit under en koncert.

Så udvider strengeinstrumenternes metalstreng sig. Og da de udvider sig mere end træinstrumenterne de er spændt op på, bliver de slappere og deres intonation daler.

For blæserne går det omvendt. Lydens hastighed varierer proportionalt med kvadratrod af den absolutte temperatur. Instrumentets længdeudvidelse ved opvarmning kan slet ikke følge med. (2) viser at frekvensen så stiger.

Og så sidder de tilmed og blæser varm udåndingsluft ind i deres instrumenter!

Derfor oplever man ofte at orkestre stemmer igen allerede inden de er færdige med det første værk.

(Jeg synes bare I skulle vide at det ikke er fordi de ikke gjorde det godt nok i første omgang!)

Lydhastighedens betydning for en blæser kan demonstreres ved at blæseren indånder CO<sub>2</sub> lige inden vedkommende sætter en tone an.

Forfatteren her gjorde denne opdagelse - og da var den chokerende! - under en hyggelig blæserkvintetaften hvor vi spillede med en bajer inden for rækkevidde...

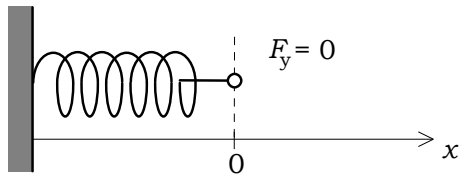
Jeg er ikke meget for at uddybe det yderligere.

<sup>1</sup> en fløjtespiller kan styre overtonerne med munden og behøver ikke at åbne et lille hul, ja, har slet ikke noget!

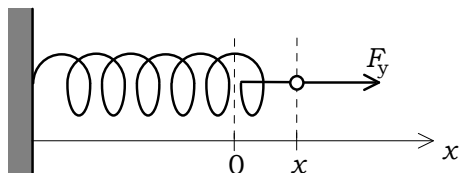
## 6. HOOKS LOV

For elastiske legemer fortæller Hoo-kes lov, at **et legemes deformation er proportional med den kraft der forårsager deformationen.**

En fjeder er et sådant elastisk le-geme.



Fjederen er fastholdt i den venstre ende og upåvirket. Nulpunktet på  $x$ -aksen er lagt, så at  $x=0$ , når kraf-ten er 0.



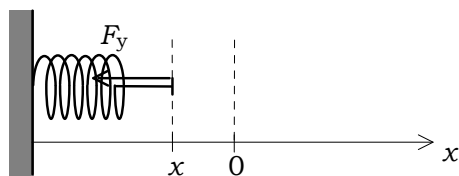
Hvis fjederen påvirkes af en ydre kraft  $F_y$ , er  $x$ -koordinaten lig med de-formationen.

Der gælder derfor, at

$$F_y = kx \quad (14)$$

hvor proportionalitetskonstanten  $k$  karakteriserer fjederen og kaldes *fje-derkonstanten*.

Bemærk, at (14) gælder med for-tegn:



Undersøgelsen af en fjeder må nød-vendigvis foregå ved hjælp af en ydre kraft  $F_y$ .

Men fjederen stritter imod med en fjederkraft  $F$  (feltkraften i energinoter-ne, s.18, s.d.). Der gælder

$$F = -F_y$$

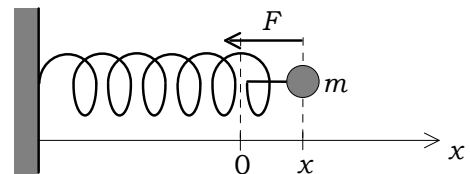
så at der for fjederkraften gælder

$$F = -kx \quad (15)$$

## 6.1 Dynamik

I følgende opstilling tænkes kuglen med masse  $m$  ophængt på en måde som ophæver tyngdekraften. (Det kun-ne være i en uendelig lang lodret snor eller anbringelse på en luftpudebænk. Dette ophæng er ikke tegnet.)

Kuglen kan altså bevæge sig vand-ret frem og tilbage.



Kuglen sættes i svingninger ved hjælp af en ydre kraft. Derefter er kuglen kun påvirket af fjederkraften (15), som altså er den resulterende kraft.

Newtons 2. lov siger så om kuglens bevægelse, at

$$m x''(t) = -kx(t) \quad (16)$$

Dette er en andenordens differen-tialligning til bestemmelse af  $x(t)$ . Ved at se på et lod der svinger i en fjeder (eller ved at se på (16) med et vågent matematisk øje!) får man mistanke om, at en harmonisk svingning kunne være løsning. Vi prøver derfor med

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (17)$$

hvor  $A$ ,  $\omega$  og  $\varphi_0$  er konstanter.  $A$  er amplituden,  $\varphi_0$  er begyndelsesfasen, mens  $\omega$  kaldes vinkelfrekvensen. Det ses at

$$\omega T = 2\pi \quad (18)$$

Ved at differentiere (17) to gange får vi

$$x''(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (17'')$$

Der gælder nu

(17) er løsning til (16)

$$\Leftrightarrow m(-A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)) = -kA \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\Leftrightarrow m \omega^2 = k \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (19)$$

$\omega$  må altså have den ved (19) givne værdi. Der er ingen krav til  $A$  og  $\varphi_0$ .

I matematik højniveau får I bevist at der ikke findes andre løsninger til (16) end de ved (17) og (19) givne.

$A$  og  $\varphi_0$  er begyndelsesbetingelser, som bestemmes ved begyndelsesstedet og begyndelsehastigheden.

Et system som det her behandlede, karakteriseret ved en masse  $m$  holdt fjedrende på plads karakteriseret ved fjederkonstanten  $k$ , kaldes en *harmonisk oscillator*. Dens svingningstid er i følge (18) og (19)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (20)$$

Alle elastiske deformationer vil for små udsving kunne tilnærmes med Hookes lov. De svingninger vi her har behandlet er altså overordentligt almindelige.

## 6.2 Den harmoniske oscillators energi

For den harmoniske svingning givet ved (17) gælder

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{2}k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}$$

Idet

$$v(t) = x'(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (17')$$

har vi

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) \\ &= \frac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}$$

hvor (19) er brugt.

Heraf ses, at

$$E_{\text{mek}} = \frac{1}{2}kA^2$$

dvs.  $E_{\text{mek}}$  er konstant, og i øvrigt (naturligvis) lig med den maksimale potentielle energi.

Endvidere gælder

$$\sin \alpha = 0 \Leftrightarrow |\cos \alpha| = 1$$

$$\cos \alpha = 0 \Leftrightarrow |\sin \alpha| = 1$$

Som det skal være er

$$E_{\text{pot}} = 0, \text{ og } E_{\text{kin}} = E_{\text{mek}}, \text{ når } x(t) = 0.$$

Som det skal være er

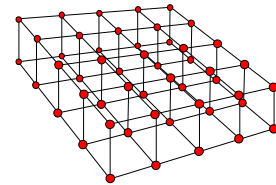
$$E_{\text{kin}} = 0, \text{ og } E_{\text{pot}} = E_{\text{mek}}, \text{ når } v(t) = 0.$$

## 6.3 Hookes lov, mikroskopisk

Et legeme, en klump af et eller andet stof, består af et overordentligt stort antal molekyler (evt. atomer), som holdes på plads indbyrdes af elektriske kræfter. I kemi lærer I om ionbindinger og kovalente bindinger og blandingsformer heraf. En grundig forståelse af disse bindinger kræver kvantemekanik. Men legemernes reaktion på ydre påvirkninger fortæller os noget om disse mikroskopiske bindinger.

Når man trækker i eller trykker på et legeme, vil det blive deformeret.

Det må skyldes at de mikroskopiske kræfter tillader atomerne at forskyde sig lidt i forhold til hinanden: tryk, træk eller vrid i følgende gitter.



Hvis Hookes lov gælder for makroskopiske deformationer, må den også gælde for de enkelte bindinger (stængerne på figuren).

Deformationen er proportional med kraftpåvirkningen, så længe deformationen ikke overskrider en vis grænse

Inden for denne grænse gælder Hookes lov, 3.3.

Ud fra disse makroskopiske overvejelser kan vi slutte at den enkelte mikroskopiske partikel er holdt på plads af elastiske kræfter som opfylder Hookes lov. Når vi forestiller os indre (brownisk) energi som svingninger, så har vi nu set at de enkelte mikroskopiske partikler udfører harmoniske svingninger på deres gitterplads. Amplituden vokser med temperaturen indtil bindingen går i stykker, og stoffet skifter fase.

Den harmoniske svingning er derfor den helt grundlæggende svingning for både makroskopiske og mikroskopiske partikler.

## 7. OPGAVER

Periode, omløbstid og frekvens har naturligvis også mening for jævne cirkelbevægelser. Herom handler opg 1-7.

**Opg. 1.** På min boremaskine står der 800/3100 pr. min.

Hvad er omløbstiden for de to gear?

**Opg. 2.** Find  $T$  og  $v$  for de tre visere på et ur.

**Opg. 3.** Find  $T$  og  $v$  for et cykelhjul med radius 34 cm, når cyklen kører 40 km/h.

**Opg. 4.** Beregn hastigheden, hvor med et punkt på ækvator bevæger sig i forbindelse med jordens rotation om egen akse og set i forhold til solen (jordens omkreds er 40 000 km pr. definition af meteren.).

Samme spørgsmål vedrørende din skole (jf. et atlas).

**Teori** I opgave 4 blev det præciseret »i forhold til solen«. Når man bevæger sig væk fra jorden, bliver det i stigende grad usikkert, hvorledes man kan afgøre, hvornår et omløb er gennemført. Tænk lige over det i de følgende opgaver.

Og vær så også lige parate til at bruge almindelig viden som grundlag for besvarelsen. (Det gælder ikke bare opg.4)

**Opg. 5.** Beregn hastigheden af månen i dens bane omkring jorden. (Månebanens radius er 60 jordradier, og

Omløbstiden fremgår af den almindelige etymologiske sammenhæng: *måne*, *måned*, *menses* (-og *måle* i betydningen tidsmåle!).

**Opg. 6.** Beregn hastigheden, hvor med jorden bevæger sig omkring solen.

Nødvendige forudsætninger findes i Databogen.

**Opg. 7.** Beregn hastigheden, hvor med solen bevæger sig omkring mælkevejens centrum.

Solens afstand fra centrum er 25 000 lysår. Omløbstiden er 250 millioner år (helt præcist cirka).

**Opg. 8.** Spidsen  $P$  af en 2 cm lang sekundviser projiceres i punktet  $R$  på en vandret  $x$ -akse med nulpunkt i centrum for viserens bevægelse.

Lav en skitse af uret,  $P$  og  $R$ .

Tegn en  $x$   $t$ -graf for bevægelsen af  $R$  på  $x$ -aksen.

(Start med  $t=0$  i urets egen tid, og lad 1 s fylde 1 mm på 1.-aksen, og afbild  $x$  på 2.-aksen i størrelsesforholdet 1:1.)

**Opg. 9.** Vis, at

$$x(t) = 2 \text{ cm} \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{s} + \frac{\pi}{2}\right)$$

beskriver en harmonisk svingning, som startes i hvile 2 cm fra ligevægtsstillingen.

Find sted og hastighed til  $t=0,25$  s.

Find fjederkonstanten, når massen er 0,1 kg.

**Opg. 10.** Et lod med massen 100 g holdes på plads af en elastisk kraft. For at flytte loddet 1 cm fra hvilestillingen skal der bruges en kraft på 2 N.

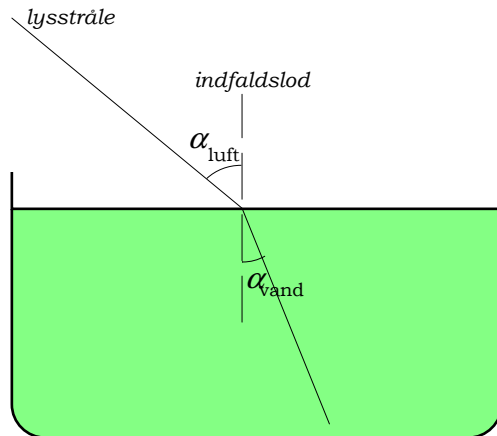
Med hvilken frekvens kan loddet svinge omkring sin hvilestilling?

**Opg. 11.** Udbredeshastigheden kan også findes ved at kræve at  $x$  skal vokse som funktion af tiden på en sådan måde at fasen er konstant. Stil dette krav og find  $v$ .

**Opg. 12.** Indtegn de på side 15 omtalte huller på oversigtssiden med de analoge egensvingninger!

**Opg. 13.** I et kar med vand eksperimenteres med lysstråler, som dels sendes ned mod vandoverfladen med indfaldsvinklerne  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  og  $80^\circ$  og dels sendes fra vandet op mod overfladen med de samme indfaldsvinkler.

Beregn brydningsvinklerne ved udfaldelse af skemaet.

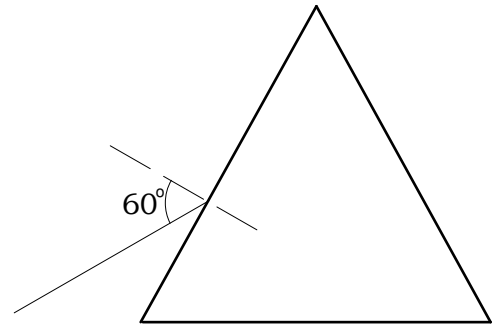


$\alpha_{\text{luft}}$	$\alpha_{\text{vand}}$
$30^\circ$	
$60^\circ$	
$80^\circ$	
	$30^\circ$
	$60^\circ$
	$80^\circ$

**Opg 14.** Et ligesidet prisme af ekstra tæt flintglas (EDF 700303) rammes af en lysstråle, som det fremgår af tegningen. Lysstrålen indeholder de to bølgelængder  $404,7 \text{ nm}$  og  $768,2 \text{ nm}$ .

Beregn og tegn troværdigt strålegangen for hver af de to bølgelængder gennem prismet og ud i luften igen.

(Lav en stor, omhyggelig tegning for hver bølgelængde!)



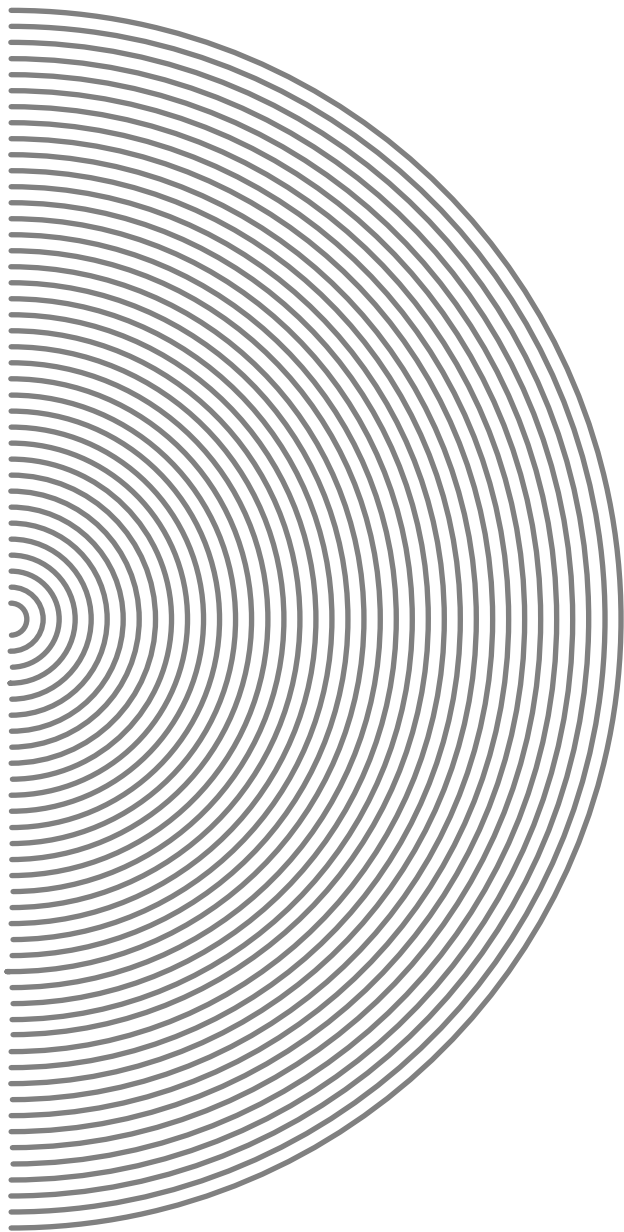
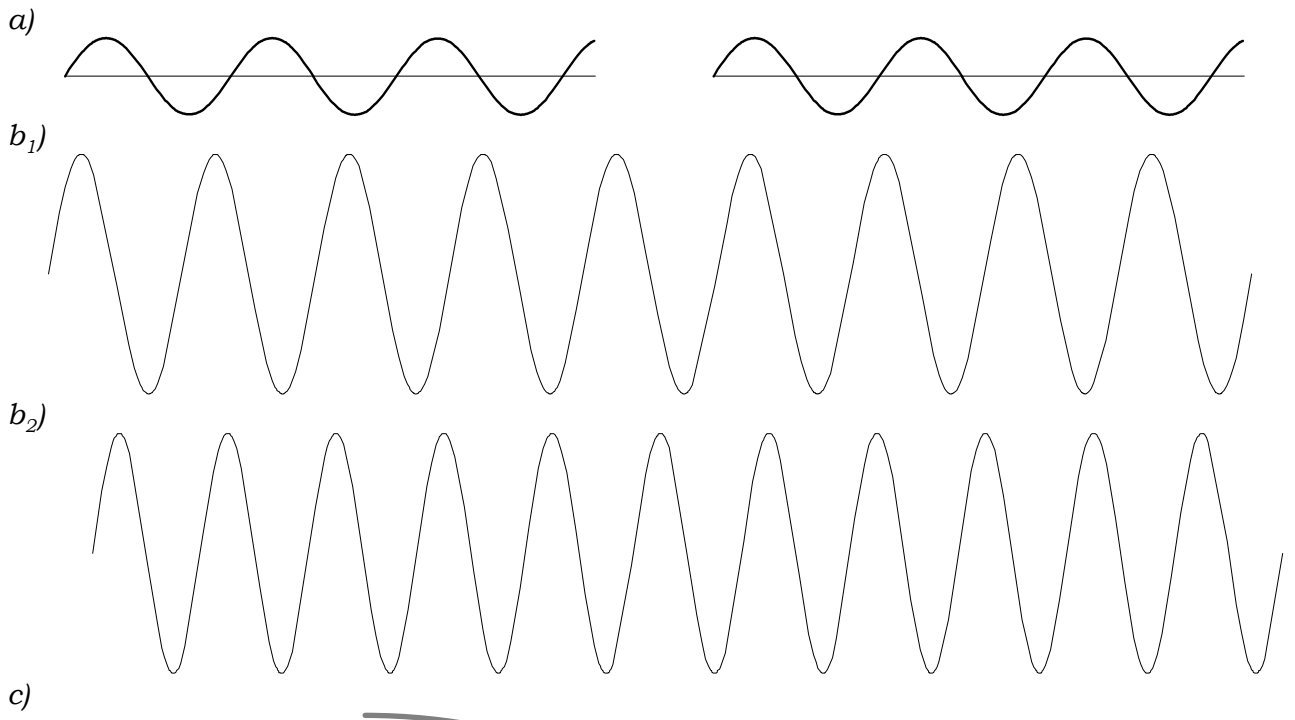
**Opg. 15.** Samme opgave for bølgelængden  $404,7 \text{ nm}$  ifald den indfaldende stråle er vandret.

**Opg. 16** Man kan vel forbløffes over at striberne på skærmen ligger så tæt. I denne opgave kan du indse at det er fordi bølgelængden er så fantastisk lille.

Brug transparenten c), Afsnit 8 sammen med ringene på næste side.

Nå, her kan bølgelængden jo ikke mindskes, men så kan afstanden mellem spalterne til gengæld gøres større - det kommer ud på et.

Bliv ved til du har indset det!



## 8. STIKORDSREGISTER

0.-ordens gennemgang	7	Embouchure	12
1.-ordens gennemgang	7	Energitilførsel	11
Afbøjningsretning	7	Enkeltspalte	4
Akromatisk linse	10	Etymologiske sammenhæng	18
Amplitude	5;17	Fagot	11
Amplitudemoduleret bølge	3	Fase	4;17
Analoge egensvingninger	12;13	Fastholdt endepunkt	16
Analyse	5;7	Fjeder	16
Analysedelen	5	Fjederkonstant	16;17;18
Andenordens differentiaalligning	16	Fjederkraft	16
Atomfysik	6	Flageolettone	14
Bambus	12	Flintglas	19
Banjo	14	Flygel	14
Barometerstand	11;15	Fløjte	11
Bas	14	Forstemt klaver	14
Basun	11	Frekvens	3;5;11;12;13;14;15;18
Begyndelsesbetingelser	17	Fremadskridende bølge	10
Begyndeshastigheden	17	Fugtighed	9
Begyndelsesstedet	17	Fællestangent	6
Blad i blæsermundstykke	12	Gitter	6;7;17
Blæseinstrumenter	11;15	Gitterkonstant	7
Brydning	6;8;9	Glissandoeffekt	14
Brydningsindeks	10	Gnidningskraft	12
Brydningsloven	9	Gnidningsmodstand	12
Brydningsvinkler	19	Gribebrædt	14
Bue	12	Grundtonen	13;14;15
Bug	10;11;15	Harmonisk oscillator	17
Bugpunkter	10;11	Harmonisk svingning	5;17
Bærefrekvens	3	Harmoniske lydgivere	3
Bølgedal	5	Hastighed	7;9;12;14;15;18
Bølgefront	5;6;7;8	Hookes lov	16;17
Bølgefænomen	4;9	Horn	11
Bølge giver	5;6	Hvilestilling	11;18
Bølge hastighed	5;9;14	Hz	1
Bølgekar	9	Indfaldslod	8
Bølgelængde	4;5;9;10;13;19	Indfaldsvinkel	8;19
Bølger	3;4;5;7;8;9;10	Instrument	3;15
Bølgetop	5	Interferens	3
Centrum	5;8;9;18	Intervaller	14
Cornet	11	Intonation	15
Cykelhjul	18	Ionbinding	17
Cylindriske blæseinstrumenter	11	Jordens rotation	18
Dansk Reklame Film	11	Kammertonen	15
Databogen	9;18	Klapper på blæseinstrumenter	11;15
Deformation	16	Klarinet	11;15
Destruktiv interferens	4	Klaver	14
Dispersion	9	Klaverstemmer	14
Dobbeltspalte	4	Knude	10;11;12;15
Dynamik	16	Knudepunkt	10;14
Dæmning	5;7	Kohærens	4;6
Egenfrekvens	11	Kong Christian	14
Ekko	14	Koniske blæseinstrumenter	11;15
Elastiske deformationer	17	Koniske læseinstrumenter	11;15
Elektromagnetiske bølger	3	Konstruktiv interferens	4;6
Elementarbølge	5;6;7;8	Kovalente bindinger	17

Kraft	14;16;18	Røringspunkt	8;9
Kvantemekanik	17	Saxofon	11;12
Leg	23	Sekundviser	18
Lineære bølgefronter	5;6	Skillelinie	8;9
Lineære bølger	5;7	Skole	18
Longitudinalbølge	11	Skærm	4;19
Luft	9;10	Slap streng	14
Luftdele	11	Slap treng	14
Lyd	8;9;14	Slatten lyd	14
Lyd giver	3	Snorkraft	14
Lydudstråling	14	Solen	18
Lys	8;9	Spalter	4;6
Lysets natur	4	Spektrallinie	6
Lysstråle	19	Stemmegaffel	11
Læbetryk	12	Strenginstrument	11;14
Matematik højniveau	16	Stribemønster	4
Menses	18	Strålegangen	9
Messingblæsere	11	Stød	3
Middelværdi af frekvenser	3	Stødtone	3
Modfase	4;11	Stående bølge	10
Modulationsfrekvens	3	Stående longitudinalbølger	11
Mundstykke	12;15	Stående transversalbølger	10
Musiker	12;14	Stålstreng	14
Musikinstrument	11	Superposition	3
Mælkevejens centrum	18	Superpositionsprincippet	3;6
Måle	7;18	Svævninger	3
Månen	18	Synkrone bølgegivere	6
Måned	18	Syntese	5
Naboknuder	10;11	Tangent	8;9
Naboåbninger	7	Temperatur	9;15;17
Newton	16	Tessar, Carl Zeiss	10
Obo	11	Transparant	19
Oktav	14;15	Trompet	11
Omløbstid	1;18	Tryk	9;11;12;15
Orgelpipe	11	Trykvariationer	3
Orkester	15	Tuba	11
Overfladebølge	9	Tør gnidning	12
Overtone	13;15	Udbredeshastighed	8;9
Overtryk	11;12	Udbredelsesretning	7;9
Periode	5;11	Udfalsvinkel	8
Potentiel energi	17	Undertryk	11;12
Prisme	19	Ur	18
Proportionalitetskonstant	16	Uskarphed	9
Punktformig bølge giver	5	Ventil	11
Pythagoras	4	Vibrato	14
Reflektion	6;7	Westernsalon	14
Refleksionsvinkel	8	Ydre kraft	16
Resonans	11;12	Youngs dobbeltspalteeksperiment	4
Resulterende kraft	16	Ækvator	18
Retningsændring	7	Åbne ender	11;15



**9. KLIP UD OG LEG!** (Denne side skal trykkes på en transparent.)