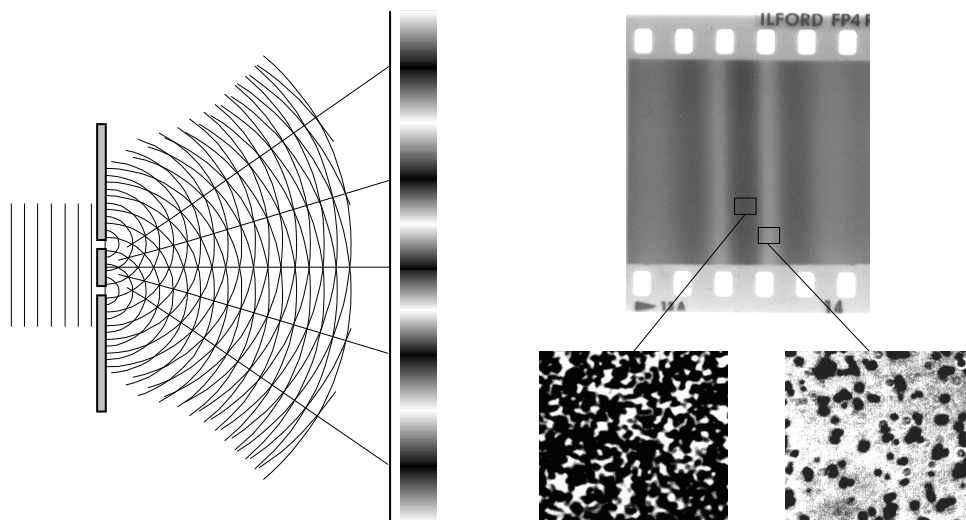
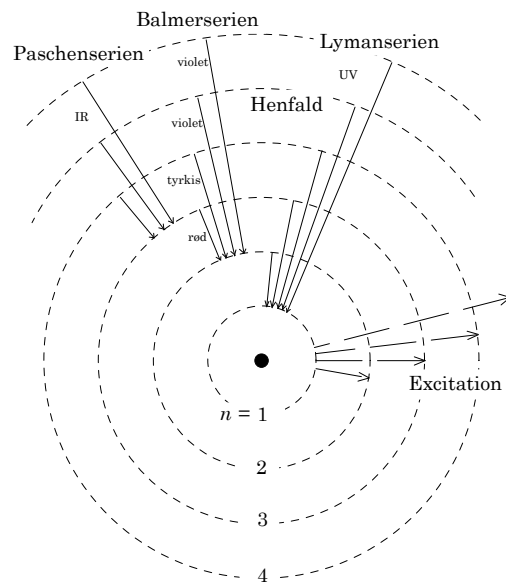


# Kvantefysik

fysik (meget) højt niveau



**SelvTryk**

claus\_muenchow@mail1.stofanet.dk - <http://home1.stofanet.dk/mue>

# Indholdsfortegnelse

1.	ATOMFYSIK	1
1.1	Indledning	1
1.2	Niels Bohr	1
1.3	Varmestråling, fotonen	1
1.4	Atomers eksistens	2
1.5	Atomkernens eksistens	2
1.6	De forunderlige spektrallinier	3
1.7	Bohrs entré	4
1.8	Bohrs atomteori	4
1.9	Filosofisk efterskrift	7
2.	KVANTEMKANIK	9
2.1	Lys, bølge/partikel	9
2.2	Elektron, partikel/bølge	11
2.3	Brintatomet	13
2.4	Bølgepakke	14
2.5	Selvreference	16
3.	KERNEFYSIK	18
3.1	Terminologi	18
3.2	Radioaktive henfald	19
3.3	De radioaktive familier	19
3.4	Positronen	20
3.5	Atommasser, bindingsenergi	20
3.6	$Q$ -værdi	22
3.7	Kernekræfter og -stabilitet	23
3.8	Fission	24
3.9	Fusion	26
3.10	Energianalogi	27
4.	HENFALDSLOVEN	28
4.1	Udledning af henfaldsloven	28
4.2	Aktiviteten, $A(t)$ .	29
4.3	Halveringstid	29
5.	FOTONERS ABSORPTION	30
5.1	Udledning af absorptionsloven	30
5.2	Halveringstykkel	30
6.	OPGAVER	31
7.	STIKORDSREGISTER	33

## 1. ATOMFYSIK

### 1.1 Indledning

Den fysik vi hidtil har beskæftiget os med, går under betegnelsen "*den klassiske fysik*". Den bygger på den forklaringsmetode og det verdenssyn som slog igennem med *Newtons mekanik* (fra 1687, se Mekaniknoterne, 3.1).

I samme ånd blev elektromagnetisme herunder lys (1864) beskrevet ved *Maxwells elektromagnetiske love* (se "De europæiske ideers historie" hvis I har fået den udleveret).

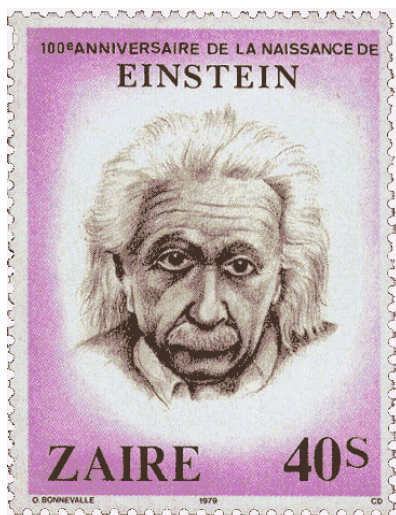
Den moderne fysiks fænomener begyndte at vise sig i slutningen af forrige århundrede, *røntgenstråling* i 1895, *radioaktiviteten* i 1896 og *elektronen* i 1897.

Det stod imidlertid ikke straks klart at disse fænomener ikke kunne indpasses i den klassiske fysik. Den almindelige opfattelse i slutningen af det 19. århundrede var at man med de klassisk-fysiske metoder snart ville kunne forstå verden til bunds.

Men i år 1900 (se 1.3) rystedes denne forestilling for første gang alvorligt. Og så gik det slag i slag. Forestillingerne om den snarlige totale verdensforståelse blev afløst af den totale desorientering.

Men i løbet af ca. 30 år dukkede en helt ny fysik gældende for denne verdens mindste dele gradvist op, en fysik som måtte bryde med helt fundamentale forestillinger om verden.

Herefter er verden blevet meget større, ja forunderligt uendeligt meget større.



### 1.2 Niels Bohr

Man kan naturligvis ikke give en enkelt person æren herfor. Men visse begebenheder rager dog op. Og det er ikke blot af nationale grunde at det er oplagt at starte denne fremstilling med en statusbeskrivelse op til *Niels Bohrs* (1885-1962) forkastelse i 1913 af den klassiske fysik som grundlag for forståelsen af atomer.

De for Bohrs gennembrud væsentligste forudsætninger som bliver behandlet i det følgende, er

- opdagelsen af varmemstrålingens *kvantisering* i 1900 og introduktionen af *fotonen* i 1905, (1.3),
- endelig afgørelse vedrørende *atomets* eksistens i 1905, (1.4),
- påvisning af *atomkernens* eksistens i 1909 (1.5) og
- atomernes smukke *liniespektre*, kendt i mange årtier (1.6).

### 1.3 Varmestråling, fotonen

Indtil år 1900 præcis kunne man med fysikken sige at naturen ikke gør spring. Men i dette år opdagede Max Planck at energien i varmemstrålingen ikke kunne udsendes med vilkårlige værdier, den var *kvantiseret* til visse mindstemål og multipla heraf: der er spring mellem de mulige energiværdier - *kvantefysikken* var født.

I 1905 gik *Einstein* (1879-1955) et stort skridt videre i beskrivelsen af lys og indså teoretisk at energiudveksling mellem lys og stof (både lysabsorption og -emission) foregår i *portioner*, *kvanter* med energien

$$E = h\nu \quad (1)$$

hvor  $h$  er Plancks konstant, og  $\nu$  er lysets frekvens.

Dermed fik lys karakter af at være partikler, *fotoner*.

Senere indså Einstein at disse fotoner kunne tilskrives bevægelsesmængden  $p = h\nu/c$  hvilket yderligere understregede partikelaspektet.

(Imidlertid havde lysets bølgekarakter haft så slående succes i forbindelse med bl.a. dobbeltspalte- og gittereksperimentet at det var svært at acceptere Einsteins nye ide hvormed lys jo havde både bølge- og partikelkarakter.

Almindelig anerkendelse måtte afvente både eksperimentel og mental modning. Begge dele indtraf i 20'erne, eksperimentelt med Comptoneffekten (sammenstød mellem fotoner og elektroner beskrevet som partikelsammenstød, 1923) og mentalt med fremkomsten af *kvantemekanikken* 1926 hvori partikel/bølgedualiteten blev et almindeligt træk ved elementarpartikler.

Mere herom i kapitel 2.)

#### 1.4 Atomers eksistens

Forestillinger om at stof består af atomer, mindste udelelige bestanddele, kendes tilbage fra *Demokrit* (450 - 370). Oldtidens største videnskabelige autoritet, *Aristoteles* (384 - 327), mente derimod at stoffet var kontinuert sammensat.

Begge forestillinger har eksisteret i fysikken siden da og indtil 1905 hvor *Einstein* offentliggjorde en teori for de brownske bevægelser som var i så slående overensstemmelse med iagttagelser at de sidste atomskeptikere lod sig omvende.

#### 1.5 Atomkernens eksistens

I 1897 havde *J. J. Thomson* (1856-1940), professor i Cambridge, opdaget *elektronen* som han påviste var en bestanddel af alt stof. Da den var negativ, kunne den ikke være et atom (verden er neutral!). Dens eksistens gav derfor ikke afgørende bidrag til spørgsmålet om atomers eksistens.

Ved atomets påvisning i 1905 var spørgsmålet så hvorledes elektronerne var til stede i atomer som altså så alligevel ikke var udelelige.

Den første model for atomets indre struktur var faktisk allerede lanceret i 1903 af netop Thomson. Han antog at atomet bestod af en kugle af masseløs, positiv ladning modsvarende elektronernes negative. Idet atomets masse således alene bestod af elektronernes masse, antog han at atomerne indeholdt flere tusinde elektroner (brint små 2000).

Det var Thomson selv der i 1906 i forbindelse med en teori om spredning af røntgenstråler i gasser opdagede at denne forestilling var gal. Han bestemte antallet af elektroner pr. atom korrekt, men havde ingen teori om hvor atomets masse så skulle findes.

I Manchester hvor Rutherford var professor, havde den i 1896 ved Becquerel opdagede radioaktivitet hovedinteressen. Især eksperimenterede man med  $\alpha$ -stråling, herunder dens passage gennem stoffer.

Atomkernen blev opdaget som en sideeffekt af disse studier. I 1909 opfordrede Rutherford en 20-årig førstedelsstuderende, Marsden, til at forfølge nogle bemærkelsesværdige resultater af spredning af  $\alpha$ -partikler på tynde guld- og aluminiumsfolier. Man undersøgte  $\alpha$ -partiklernes nedbremning i foliet, men havde opdaget at ganske få af  $\alpha$ -partiklerne blev meget kraftigt afbøjet, ja enkelte blev ligefrem kastet tilbage.

På disse eksperimenter blev den unge mand kendt i eftertiden. Herved opdagedes nemlig kvalitativt at stort set hele atomets masse og hele den positive ladning var koncentreret inde i atomets midte.

De eksperimenter og beregninger som man i Manchester udførte fra 1909 til 1911 afslørede at  $\alpha$ -partiklerne (hvis ikke de bevægede sig helt ind og ramte kernen) bevægede sig helt i overensstemmelse med den klassiske teori for elektriske kræfter (coulombkræfter) omkring en punktladning.

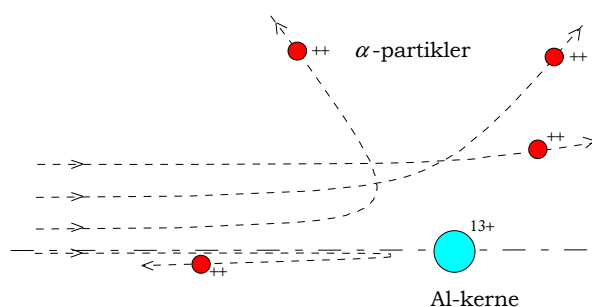


Fig. 1. Fire  $\alpha$ -partiklers afbøjning i coulombfeltet omkring en positiv kerne,  $\text{Al}^{13+}$ .

Ved tilstrækkelig stor  $\alpha$ -energi kunne  $\alpha$ -partikler nå ind og berøre kernen. Disse  $\alpha$ -partiklers afbøjning afveg klart fra afbøjningen i coulombfeltet hvorved kernens størrelse afslørede sig.

Derved viste det sig at kernen var ca. 30 000 gange mindre end atomet.

I 1911 offentliggjorde Rutherford den såkaldte *kernemodell* hvor navnet *atomkerne* introduceredes.

Modellen gik ud på at kernen i midten af atomet med al massen og med en positiv ladning fastholdt et antal negative elektroner som kredsede omkring kernen som planeterne omkring solen.

Forståelsen af atomer og kerner byggede på dette tidspunkt helt på klassiske forestillinger (man havde ikke andet). Indenfor disse plagedes både Thomsons og især Rutherfords atommodeller af modsigelser:

For Rutherfords bl.a.

**Strålingsinstabiliteten:** Hvis en elektron kredser i en bane inden for atomet, må den ifølge Maxwells ligninger udsende lys med en frekvens svarende til omløbsfrekvensen. Hermed taber elektronen energi og kredser i en spiralbane med kontinuert voksende frekvens ind i kernen.

Dette er i strid med at atomet faktisk er stabilt med en størrelse ca. 30 000 gange større end kernen og i strid med at atomspektre ikke er kontinuerte, men er liniespektre.

Den uforklarlige **mekaniske stabilitet:**

Mens en planet kan befinde sig i en hvilken som helst afstand fra solen, så er alle atomer af samme grundstof i grundtilstanden lige store.

## 1.6 De forunderlige spektrallinier

Den sidste betydningsfulde forudsætning for Bohrs atomteori var grundstoffernes spektre.

Om opfattelsen af disse i begyndelsen af århundredet genkaldte Bohr sig i 1950'erne følgende:

»Man mente, at spektre var herlige, men at det var umuligt at komme videre her. Ligesom når man har med en sommerfugls vinge at gøre, er den meget regelmæssig med farver osv., men ingen troede, at man kunne nå ind til biologiens kerne ved hjælp af farverne på en sommerfugls vinge.«

Det var da også forskere i periferien, kan man roligt sige, der bragte fremskridt på dette område. En af disse var *Balmer*, lærer på en pigeskole i Basel.

Men netop Balmers opdagelse skulle komme til at spille en afgørende rolle så den opholder vi os lidt ved.

Balmer (1825 - 1898) opdagede i 1885 at de 4 dengang kendte brintlinier (af hvilke I har set i hvert fald 3) passer i følgende formel

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2)$$

hvor  $\lambda$  er liniens bølgelængde,  $R$  er en eksperimentelt bestemt konstant (*Rydbergs konstant*,  $R=1,097 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$ ), og  $n_1$  og  $n_2$  er positive hele tal hvor  $n_1 < n_2$ .

Det er ret fantastisk at Balmer foreslår denne komplette formel (som anviser uendeligt mange linier) på baggrund af kun 4 kendte linier. Det er de synlige, og de fremkommer for  $n_1 = 2$  og  $n_2 = 3, 4, 5$  og  $6$ .

Opg. 1

Alle senere fundne linier i brintspektret passer på det smukkeste ind i Balmers formel. For  $n_1 = 1$  (og  $n_2 = 2, 3, 4, \dots$ ) fremkommer en ultraviolet serie, mens  $n_1 = 3, 4, \dots$  giver infrarøde serier (jf. Databogen).

## 1.7 Bohrs entré

Niels Bohr kom i 1912 til Manchester angiveligt for at studere radioaktivitet. Rutherford satte også ham til at eksperimentere med  $\alpha$ -partiklers nedbremsning. Han var imidlertid utilfreds med resultaterne i laboratoriet og besluttede at sætte sig hjem og tænke og regne i stedet.

Og som det så tit går - og som det gik med atomkernen - så kommer det virkeligt epokegørende som uventede sidespor. Det var  $\alpha$ -partiklers nedbremsning der var det stadige mål. Men for at forfine beskrivelsen heraf behøvede Bohr i stigende grad en forståelse af hvorledes de elektroner som nedbremses  $\alpha$ -partiklerne, befinder sig i og fastholdes i atomet.

Men den forståelse eksisterede ikke. Rutherfords kerneatommodel var på det tidspunkt det bedste bud. Og her gik Bohr så i stå i sine beregninger på grund af modsigelser i modellen. Foruden strålingsinstabiliteten opdagede han en mekanisk instabilitet og også en dimensionsmæssig anstødssten.

Men netop af modsigelser blev han altid stærkt draget: Jo tydeligere dilemmaet toner frem, desto klarere bliver det hvilke brud med hidtidig tankegang det vil være nødvendigt at foretage. Han betonedede mere og mere overbevist at man ikke kunne forvente at den klassiske fysik ville kunne give et tilstrækkeligt grundlag.

Det skulle imidlertid være et vink udefra der som lyn fra en klar himmel fik tingene til at falde på plads. Den 7. februar 1913 sendte han Hevesy en liste over »de ideer, jeg har brugt som grundlag for mine beregninger« hvori spektre ikke er nævnt. Få dage efter henledte en ét år yngre studiekammerat på København Universitet hans opmærksomhed på Balmers formel for brints spektrallinier. Den 6. marts var han færdig med den artikel som indeholdt tolkningen af denne formel, og som markerer begyndelsen til *kvanteteorien for atomets struktur*.

De vigtigste træk af denne kvanteteorien for atomet bliver behandlet i næste afsnit. For lige at fastholde de væsentligste begivenheder og ikke mindst de tilknyttede personer, citeres her fra Abraham Pais: Niels Bohr og hans tid, Spektrum, 1994, hvori han om Niels Bohr siger:

»Som skaber er han en af de tre mænd, uden hvem fødslen af den for det 20. århundrede så specifikke tænkemåde, kvantefysikken, ville være en umulighed. De er, i aldersrækkefølge: Max Planck, den nølende revolutionære, kvanteteorien opdager, der ikke med det samme indså, at hans kvantelov betød slutningen på den æra i fysikken, som nu kaldes den klassiske; Albert Einstein, opdageren af lyskvantet (fotonen), grundlæggeren af det faste stofs kvanteteorien, der med det samme erkendte, at den klassiske fysik havde nået sine grænser, en situation, han aldrig kunne affinde sig med; og Bohr, grundlæggeren af kvanteteorien om stoffets struktur og straks bevidst om, at hans teori anfægtede hellige klassiske begreber, hvorfor han øjeblikkeligt gik i gang med at søge efter bindeled mellem det gamle og det nye, hvilket han opnåede med betydelig succes i sit korrespondensprincip.

Hvor forskellige var ikke deres personligheder. Planck, på mange måder den konventionelle universitetsprofessor, der holdt sine forelæsninger og uddannede sine Ph.D.'er. Einstein, der sjældent var ensom, men for det meste alene, som faktisk ikke brød sig om at undervise og aldrig producerede en doktorafhandling, let at komme i kontakt med og dog til stadighed på egne veje, altid venlig og alligevel fjern. Og Bohr, der hele tiden havde brug for andre fysikere, især unge, til at hjælpe sig til at formulere sine egne tanker, mens han altid gavmildt hjalp dem med at få styr på deres, ikke så meget en underviser eller vejleder, men en inspirator og hjælp for så mange af dem, der var i gang med videregående forskning, en faderskikkelse af Guds nåde for fysikere fra flere generationer, heriblandt forfatterens.«

## 1.8 Bohrs atomteori

De nye ideer blev introduceret i forbindelse med det simpleste af alle atomer, *brintatomet*, bestående af en proton som kerne og en elektron udenom.

Den afgørende forudsætning for det skridt Bohr tog i begyndelsen af 1913, var at han var så dybt inde i dilemmaerne at han indså at der ikke var anden udvej end *at påstå at atomet ikke kan forstås på det klassiske grundlag*.

Hvorpå han befriet fra disse bånd argumenterede for at elektronen i et brintatom kun kan befinde sig i visse baner som kan nummereres med *kvantetallet*  $n = 1, 2, 3, \dots$

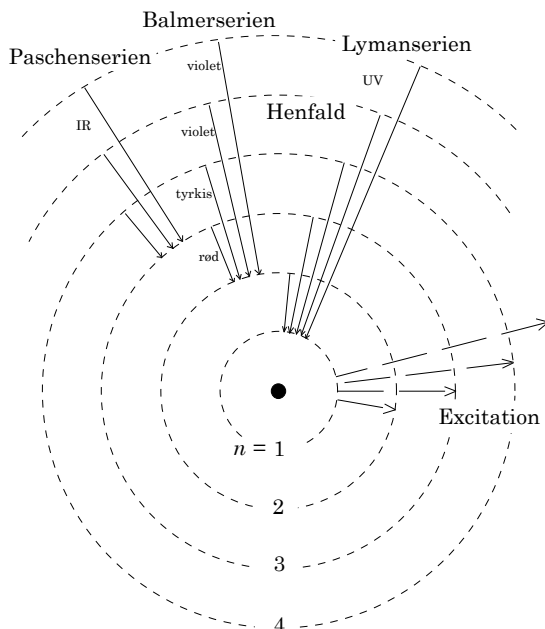


Fig.2. Brintatomets stationære baner, excitationsspring og henfaldsspring.

Disse baner kaldes *stationære tilstande*, og i disse tilstande udsender atomet ingen stråling (til trods for at elektronen blev behandlet som cirkulerende omkring kernen!).

Der findes ingen baner mellem de stationære.

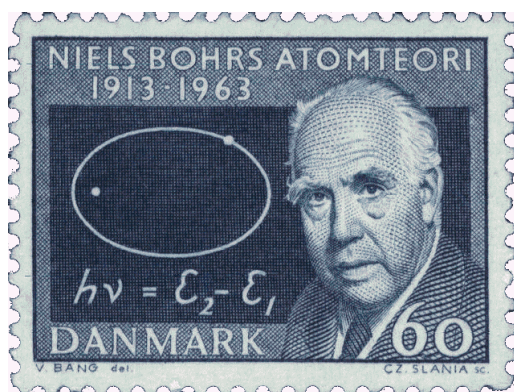
*Energien* i disse tilstande er ifølge teorien givet ved

$$E_n = - \frac{Rch}{n^2} \tag{3}$$

hvor  $n = 1, 2, 3, \dots$

*Lysudsendelse* fra atomet sker ved spring fra en stationær tilstand til en med lavere energi. Den ved springet fra  $n_2$  til  $n_1$  frigjorte energi udsendes som en foton med en frekvens givet ved Einsteins fotonbetingelse (1), altså

$$E_{n_2} - E_{n_1} = h\nu \tag{1}$$



(Bohr sætter altså ikke frekvensen af det udsendte lys i relation til en omløbsfrekvens af elektronen som den klassiske fysik ville gøre!)

Med udtrykket (3) for de enkelte tilstandes energi kunne Bohr nu udtrykke frekvensen af det udsendte lys ved

$$\begin{aligned} h\nu &= E_{n_2} - E_{n_1} \\ &= \frac{-Rch}{n_2^2} - \frac{-Rch}{n_1^2} = Rch \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \end{aligned}$$

Bruges endelig at

$$c = \nu\lambda \tag{4}$$

findes netop Balmers formel (gør det!).

Fremstillet således ser sagen let ud. Men (3) er jo en ren påstand. Bohr søgte og fandt et underliggende grundlag for (3). De to væsentligste principper han byggede på, var en kvantiseringsregel inspireret af Planck, samt et krav om overensstemmelse med den klassiske fysik når elektronen var langt fra kernen, det såkaldte *korrespondensprincip*. På disse principper - og ikke på grundlag af Balmers formel - kom Bohr frem til følgende udtryk for energitilstandene

$$E_n = - \frac{2\pi^2 m e^4 k_c^2}{h^2} \frac{1}{n^2} \tag{5}$$

hvor  $m$  er elektronens masse  $e$  er elementarladningen,  $k_c$  er coulombkonstanten og  $h$  er Plancks konstant. Alt dette var på forhånd kendte naturkonstanter.

Balmers formel blev således en konsekvens af disse principper.

Principperne bag (5) giver også basis for at beregne Rydbergkonstanten som indtil da havde været en ren empirisk konstant.

Mere herom i 2.3.

Denne beregning af  $R$  var helt afgørende for at Bohrs ideer ikke straks blev affejet. Umiddelbart kaldte de med deres meget provokerende nye træk på den største modstand.

(Når jeg i (3) brugte  $R$ , var det for at lette omskrivningerne til Balmerformlen. (3) er unægtelig lettere at gonglere med end (5).)

Mere om de stationære tilstande:

**For  $n = 1$**  er brintatomet i sin *grundtilstand*. Her har det sin laveste energi hvorfor der ikke kan udsendes nogen stråling fra grundtilstanden. Et brintatom uden påvirkning udefra vil befinde sig i grundtilstanden.

**For  $n > 1$**  kaldes tilstandene *anslåede* eller *exciterede*. Her er elektronen længere væk. De exciterede tilstande eksisterer kun meget kort tid så vil atomet henfalde hvilket betyder at elektronen hopper ind til et lavere energiniveau. Samtidig udsendes en foton ifølge ovenstående.

**For  $n \rightarrow \infty$**  ses at  $E_n \rightarrow 0$ . Dette svarer til at elektronen løsriver helt fra atomet som hermed er ioniseret. I denne tilstand er energien altså 0.

Brintspektret ser man altså kun hvis brintatomet er anslået eller ioniseret.

Bohr påstod endeligt at en *foton kan anslå* brintatomet hvis fotonens energi svarer til en overgang i atomet. Herved absorberes fotonen og dens energi ansår atomet som straks efter igen henfalder under fotonudsendelse.

Da de exciterede tilstande lever så kort, er det under almindelige omstændigheder kun overgange fra grundtilstanden der kan komme på tale ved excitation, jf. fig. 2. Emissionsspektret vil derimod også indeholde linier svarende til overgange mellem exciterede tilstande, jf. igen fig. 2.

Atomere kan ioniseres ved stærke elektriske felter som river elektronerne fra kernen eller ved høje temperaturer (plasmafasen) hvor de ved varmebevægelsen stødes bort.

Et ioniseret atom vil tiltrække en elektron som under lysudsendelse falder ned til grundtilstanden igennem en række exciterede tilstande.

Ved at udtrykke tælleren i (3) i elektronvolt (Gør det!) findes at

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$E_2 = E_1 / 4 = -3,4 \text{ eV}$$

$$E_3 = E_1 / 9 = -1,5 \text{ eV}$$

osv.

Disse energier afbildes ofte i et diagram som følger:

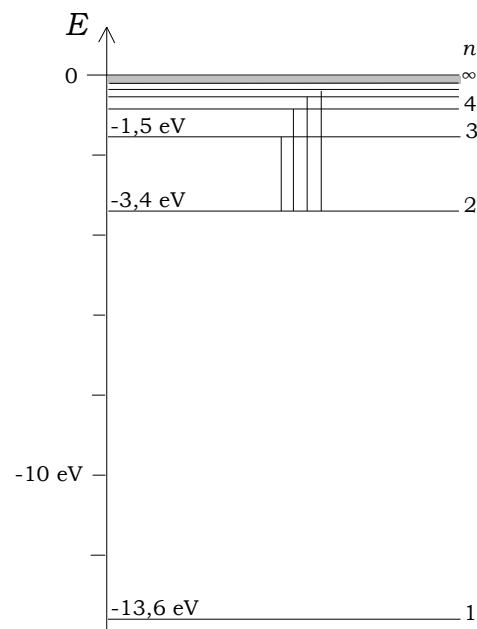


Fig. 3. Brintatomets energiniveauer.

Opg. 3



## 1.9 Filosofisk efterskrift

Bohr understregede ustandseligt i den følgende 10-årsperiode at hans atommodel var en meget foreløbig og ufuldstændig beskrivelse. »Det er de underliggende principper vi søger«.

Og på sine gamle dage sagde han om det der dengang var et gennembrud: »Forstår I, jeg er ked af det, for det meste af det var forkert.«

Men det var rigtigt i den forstand at det var et nødvendigt og overbevisende brud med gamle forestillinger.

Og de for moderne fysik helt fundamentale nyskabelser så dagens lys i 1913 og er blevet stående:

**1 Springet** blev indført: Ved lysudsendelsen forsvinder elektronen fra en bane og dukker op i en anden. Det er meningsløst at spørge om mellemtilstande.

**2 Indeterminismen** blev indført og **kausaliteten** forsvandt: Det er principielt umuligt at beskrive springet som i den klassiske fysiks årsagsvirknings-beskrivelse. Det er umuligt at forudsige hvornår springet vil forekomme. Der kan kun opstilles *sandsynlighedslove* for springene.

Disse forhold bryder fuldstændigt med fundamentale klassiske naturforestillinger:

Ad 1) **Natura non saltum fecit.** Naturen gør ikke spring.

Dette er en selvfølge siden Aristoteles.

En genstand kan ikke forsvinde et sted for at dukke op et andet sted. Når vi ser månen i aften og igen i morgen aften, så vil der eksistere en kontinuert kurve som månen har fulgt mellem de to observationer selvom vi ikke kan se den hele tiden.

Når vi ser temperaturen på et digitalinstrument stige gennem gradtallene 20,0 - 20,1 - 20,2 - ... så er der ingen der tror at temperaturen hopper mellem de viste gradtal. Det ser bare sådan ud fordi et digitalapparat ikke kan vise andet. Enhver temperaturværdi i det gennemløbende interval vil forekomme.

Ad 2) **Kausalitet og determinisme.**

Universet styres i et og alt totalt lov-mæssigt som et gigantisk urværk af de universelle Newtonske love.

Alt har en årsag, *kausalitet*. Fortiden er udtømmende årsag til nutiden. Nutiden er udtømmende årsag til fremtiden. Intet kunne have gået anderledes. Intet kan gå anderledes. Alting er bestemt, *determinisme*.

Ved at iagttage månens position og hastighed i aften, kan vi forudsige hvor den er i morgen aften. Astronomien har uindskrænket succes med positionsforudsigelser mange år ud i fremtiden.

Ved en fuldstændig beskrivelse af kræfterne på en flyvemaskine kan det forudsiges hvorledes den bevæger sig i næste øjeblik. Flyulykker skyldes ikke at en given årsag pludselig kan få en ny virkning.

Med disse selvfølgelige beskrivelser af vores verden har den moderne fysik gjort op.

### De gælder ikke mere!

De gælder åbenbart ikke mere for mikroskopiske partikler. Og principielt gælder de heller ikke for makroskopiske. Men de gør stadig i praksis! Se senere under Heisenbergs ubestemthedsrelationer.

De underliggende principper som fysikerne søgte efter i årene efter 1913, blev i 1926 offentliggjort med 10 dages mellemrum af tyskeren Heisenberg (1901-1976) og østrigeren Schrödinger (1887-1961). Uafhængigt af hinanden kan man roligt sige: *Heisenbergs matrixmekanik* og *Schrödingers bølgemekanik* udtrykker sig i fuldstændigt forskellige sprog. Nogle måneder skulle gå, så blev det bevist at de logisk set var identiske. De går nu under fællesbetegnelsen *kvantemekanikken*.

Året efter i København uddrog Heisenberg af kvantemekanikken de *heisenbergske ubestemthedsrelationer* i tæt samarbejde med Niels Bohr.

En af dem lyder

$$\Delta x \cdot \Delta v > h/m \quad (6)$$

Den siger at bestemmelse af sted og hastighed for en atomar partikel ikke kan foretages med vilkårlig stor nøjagtighed samtidigt. Jo bedre en opstilling bestemmer den ene af disse størrelser desto mere ubestemt vil den anden være i samme opstilling.

Uden samtidig og fuldstændig fastlæggelse af en partikels sted og hastighed (begyndelsesbetingelserne når Newtons 2. lov skal anvendes) så bortfalder determinismen!

Det kvantemekanikken stiller i stedet, er sandsynlighedslove.

Når  $m$  er massen f.eks. af en elektron, bliver  $h/m$  så stor at (6) får praktisk betydning.

Er  $m$  derimod massen af et makroskopisk legeme er (6) uden praktisk betydning.

Samme år formulerede Niels Bohr inspireret af (6) sit *komplementaritetsbegreb* som en af kvantemekanikken nødvendiggjort betragtningstype:

Til beskrivelsen af et kvantemekanisk fænomen kan det være nødvendigt med *komplementære billeder*.

Lys kan både optræde som om det er bølger, og som om det er partikler.

Det samme gælder for elektroner og alle andre mikroskopiske partikler.

De tilsyneladende modstridende billeder tilsammen udgør den komplette kvantemekaniske beskrivelse.

Men de to billeder er kun tilsyneladende modsigende.

I lange samtaler herefter med Einstein som aldrig accepterede at kvantemekanikken skulle være det endelige svar, gjorde Bohr det klart at det ikke er muligt at tilrettelægge et forsøg hvor komplementære billeder kan anvendes samtidigt og således komme i konflikt.

Gennem de samme samtaler blev det klart at de mikroskopiske fænomener kun kunne beskrives og forstås kvantemekanisk i form af helheder hvori måleudstyret, og derigennem eksperimentatoren, indgik.

Sådanne helhedsbetragtninger var fremmede for den klassiske fysik. Niels Bohr indført begrebet et fænomen for sådanne helhedsomstændigheder hvori man kunne tale om f. eks. elektroner eller lys.

Mere herom i 2.1 og 2.2.

Det komplementære træk er tæt forbundet med at det er os der iagttager naturen, samtidig med at vi er en del af denne. Vi er dermed selv underlagt de vilkår vi prøver at iagttage.

Mere herom i 2.5, selvreferance.

Indeterminismen er ifølge Bohr uafviselig.

Bohr beretter selv om den spøgefulde, drillende stemning hvori diskussioner med Einstein ofte foregik:

»Vore samtaler om den stilling man må tage til en ny situation med hensyn til erfaringers undersøgelse og sammenfatning førte os naturligt ind på mange sider af filosofisk tænkning, og til trods for alle forskelle i opfattelse og betragtningstype var diskussionerne besjælet af megen humor. Einstein på sin side spurgte os ironisk, om vi virkelig kunne tro, at guddommelige magter tog tilflugt til terningspil («...ob der liebe Gott würfelt»), hvortil jeg svarede med at henvise til, at allerede oldtidens tænkere havde manet til forsigtighed med at tilskrive forsynet attributter hentede fra dagligsproget.«

Jeg kan ikke frigøre mig fra en fornemmelse af at Bohr her gør sig lige så munter over sin egen knudrede stil som over Einsteins bramfri og maleriske gudsfremstilling.

Med Bohrs komplementaritetsbegreb fik kvantemekanikken et åbenbart filosofisk aspekt med meget vidtrækkende konsekvenser af en art som - endnu? - slet ikke er absorberet af hverken den almindelige bevidsthed eller filosofers ditto.



Niels Bohrs våbenskjold.  
På det inderste banner står:  
CONTRARIA SUNT COMPLEMENTARIA  
(Modsatninger er komplementære)



Niels Bohr Archive

## 2. KVANTEMEKANIK

I dette afsnit gennemgås enkelte af de nye kvantemekaniske træk med større grundighed.

### 2.1 Lys, bølge/partikel

Partikelaspektet af lys kan påvises ved at belyse en zinkplade med forskellige lyskilder.

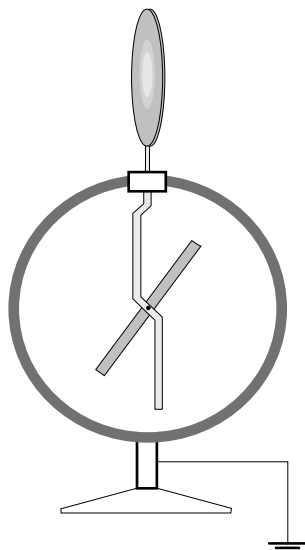


Fig. 4. Et elektroskop kan aflades af ultraviolet lys på zinkpladen.

Hvis pladen oplades negativt, vil lys fra en kviksølvlampe aflade den hvorimod lys fra en glødelampe (evt. en OHP) ikke aflader den.

Hvis pladen oplades positivt, vil lys ikke kunne aflade den.

Kviksølvlys kan altså overføre tilstrækkeligt energi til at overskudselektronerne kan frigøres og derefter ved frastødning forsvinde. Pladen aflades.

Elektronerne er bundet til metaller, løst til alkalimetallerne, fastere til andre metaller. Løsrivelsesarbejdet  $A_L$  er den energimængde der behøves for at fjerne en elektron fra metallet.

OHP-lys kan ikke dette selvom en hånd i lysstrålen måske kan mærke at energistrømmen fra OHP-lampen er større end fra kviksøvlampen.

Det er altså ikke energimængden der er afgørende, men måden energien overføres på.

En spektralanalyse af de to lyskilder med et prisme viser at kviksøvlampen udsender ultraviolet lys i modsætning til glødelampen. Ultraviolet lys har en mindre bølgelængde og altså højere frekvens end synligt lys. I overensstem-

melse med Einsteins hypotese (1) fra 1905 afleverer kviksøvlampen sin energi i større (men evt. meget færre) portioner end glødelampen. For den ultraviolette del gælder at  $h\nu$  er større end løsrivelsesarbejdet for zink.

Det er også muligt at måle de løsrevne elektroners kinetiske energi, jf. laboratorieøvelse. Man vil så finde

$$E_{\text{kin}} = h\nu - A_L$$

hvis pladen belyses med monokromatisk lys med frekvensen  $\nu$ .

$E_{\text{kin}}$  vil *ikke* vokse hvis lysintensiteten øges. Der vil så blot løsriveres flere elektroner. Denne energikoncentration er uforståelig i forbindelse med et almindeligt bølgefænomen.

På den anden side besidder lys oplagt bølgeegenskaber idet der dannes interferensstriber bag en dobbeltspalte.

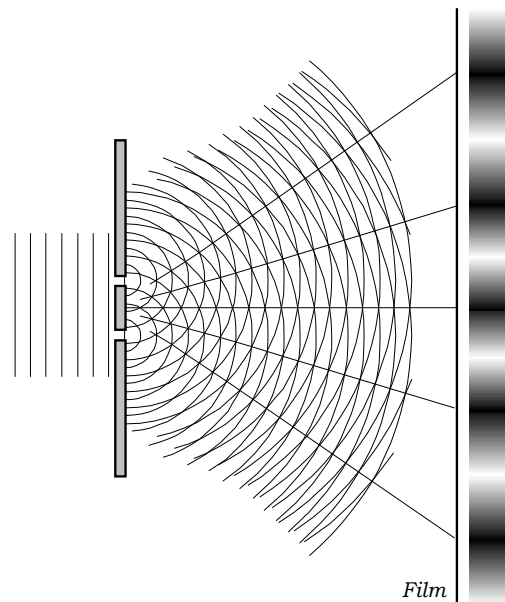


Fig. 5. Dobbeltspalteeksperiment. Interferensen der fører frem til billedet fig. 6.

Hvis den ene spalte dækkes, forsvinder striberne.

Dette fænomen kan ikke forstås hvis lys er almindelige partikler.

Men hvis man kigger nærmere på den fotografiske film, er det tydeligt at energien er overført i små klumper.

En fotografisk film indeholder AgBr, d.v.s. en mængde  $\text{Ag}^+$ -ioner. Lys vil kunne reducere disse ioner til frit sølv.

De sorte prikker på en film opstår ved fremkaldningen hvor der dannes en lille klump frit sølv omkring et enkelt sølvatom.

Følgende fig. 6 viser resultatet af en eksponering af et almindeligt negativ i et kamera hvorfra linsen var fjernet.

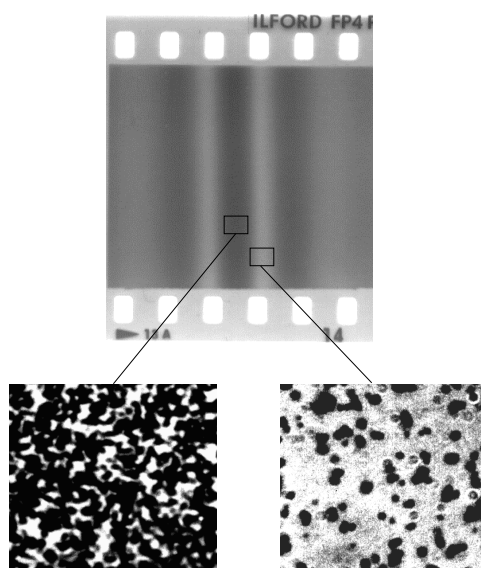


Fig. 6. Dobbeltspalteeksperiment. Sværtningmønstret på filmen er i direkte negativ gengivelse.

Lyskilden var en kulbuelampe, spalteafstanden var 0,5 mm, afstanden fra spalten til filmen var 5,5 m og afstanden mellem linierne kan måles til ca. 7 mm.

Billedet er taget af Morten Münchow (til hans 3.årsopgave) og de to forstørrede udsnit er fotograferet gennem et mikroskop på Sønderborg Sygehus af søster Mette Münchow som i den periode var under laborantuddannelse.

#### Opg. 4

Opgave 4 viser at fotonerne i den grad afgår enkeltvis og ankommer til filmen længe inden den næste afgår. Prikkerne sættes en ad gangen af en foton som har bevæget sig helt alene fra dobbeltspalten til filmen.

Tænker man med udgangspunkt i en sådan prik, må man sige: Prikken må være udløst af noget der i størrelse er helt forsvindende i forhold til afstanden mellem spalterne. *Alligevel* går fotonen igennem begge spalter, for hvis den ene spalte afblændes falder eksperimentet anderledes ud.

Med udgangspunkt i spalterne vil man sige: Lysbølgen går gennem begge spalter og danner interferensmønstret fig. 5 mellem dobbeltspalten og filmen. *Alligevel* afsættes virkningen i form af en lille bitte prik et eller andet sted på filmen og først efterhånden opstår striberne.

Forsøget viser således også den nye lovmæssighed baseret på sandsynligheder. Den enkelte prik afsættes i overensstemmelse med en sandsynlighed som er særlig stor der hvor interferensmønstret giver konstruktiv interferens. Først efterhånden som der afsættes mange prikker, dukker interferensstriberne op. (Sådan er det med sandsynligheder: Først når man har kastet terningen mange gange, kan man se at sandsynligheden for at få et bestemt øjental er  $1/6$ .)

Forsøget viser også den af kvantemekanikken nødvendiggjorte helhedsbeskrivelse. Man kan ikke skille dette forsøg op i passage af dobbeltspalten og afsætning af energi på AgBr-kornene. Hvis man gør det, tvinges man til at kalde lys for først en bølge, så partikler. Dobbeltspalte, lys og film skal behandles som en helhed.

Billederne af lys som snart en bølge og snart en partikel burde måske undgås fordi de er forbundet med forsøg på at foretage en forbudt opdeling. Er man opmærksom på at det ikke er en bogstavelig beskrivelse af fænomenet lys, giver bølge/partikelbilledet alligevel ord til det regnegrundlag man kan opstille. Ved energi- og impulsoverførsel optræder lys som partikler. Ved vekselvirkning med sig selv som bølger. Således kan dobbeltspalteeksperimentet beskrives.

Et andet eksempel er Comptonspredningen (se Principia i stort og småt) som viser *fotoner som partikler* idet de overfører energi og impuls til elektroner.

## 2.2 Elektron, partikel/bølge

Dobbeltspalteeksperimentet kan også udføres med *elektroner* med samme resultat! *Elektronerne vil interferere og danne striber som lysbølgerne.* Men når de skal registreres bag dobbeltspalten, optræder de som partikler. Fuldstændigt som fotoner.

Det lader sig imidlertid ikke umiddelbart illustrere med gitre da man ikke kan lave gitre med tilstrækkelig lille gitterkonstant. Derimod kan fænomenet demonstreres ved en metode som hedder *diffraction*. Den blev introduceret af von Laue i 1912. Han viste at den regelmæssige struktur af atomernes/ionernes placering i en krystal bevirker afbøjning af røntgenstråling i overensstemmelse med dennes strålings bølgenatur.

Vi gennemgår nu diffraction af røntgenstråler og vender senere i dette afsnit tilbage til diffraction af elektroner.

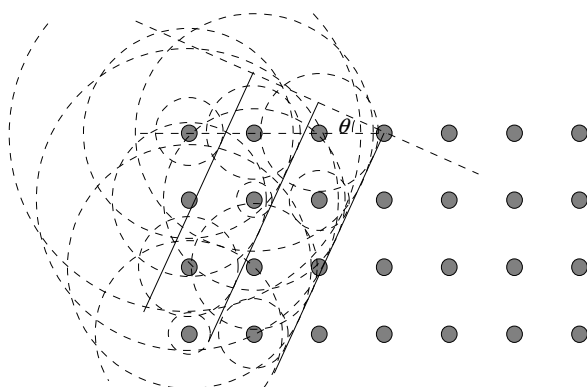


Fig. 7. Von Laues udgangspunkt

På fig. 7 er vist elementarbølger i overensstemmelse med Huygens princip for de spredningscentre der er ramt af de blot tre tegnede bølgefronter.

Strålen kan have en vilkårlig retning i forhold til krystalens indre rumlige struktur. Det fører til en meget kompleks rumlig situation fordi der er tale om spredningscentre og ikke -spalter.

Det var derfor en velkommen lettelse da Bragg&Bragg (far&søn) i 1913 anviste en metode til at finde retningerne for de konstruktive interferenser.

Ideen var at udpege planer som indeholder særligt mange spredningspunkter.

På fig. 8 er vist tre sådanne planer. Jo tættere spredningscentre ligger, desto større spredningsintensitet giver de anledning til. Her er de vandrette planer mest effektive.

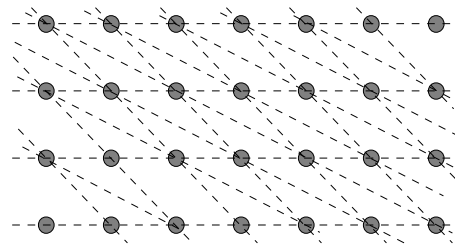


Fig. 8. Tre sæt af Bragg-planer i den simplest mulige krystalstruktur.

Vi søger nu betingelsen for konstruktiv interferens i et givet sæt af planer, her de vandrette.

Bemærk at vi her angiver vinklen mellem strålen og reflektionsplanen og ikke mellem strålen og indfaldsloppet. Endvidere bruger man i diffraction "flugtende" indfaldsvinkler ( $\theta$  lille).

Huygens princip brugt på én plan giver samme konstruktion som ved refleksion, d.v.s. indfaldsvinkel er lig med udfaldsvinkel, fig. 9, (samt en ubrudt gennemgang).

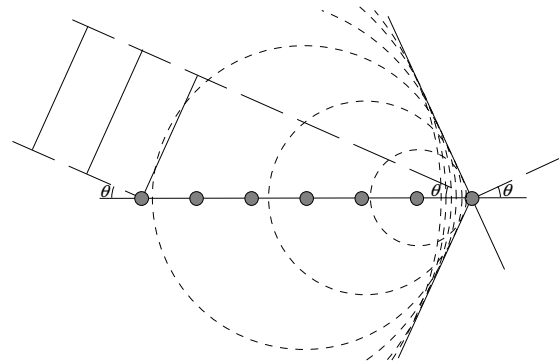


Fig. 9. Huygens princip brugt på én plan.

Men den bølge der går ubrudt gennem første plan reflekteres jo fra de følgende planer. Kun hvis refleksionerne fra alle planerne interfererer konstruktivt, vil der komme en bølge ud i retningen  $\theta$ .

På fig. 10 er tegnet indfaldende og reflekterede bølgefronter, og den lille indsatte figur viser hvorledes vejforskellen for bølger reflekteret fra naboplaner kan udtrykkes.

Betingelsen for konstruktiv interferens er at vejforskellen er et helt antal bølgelængder.

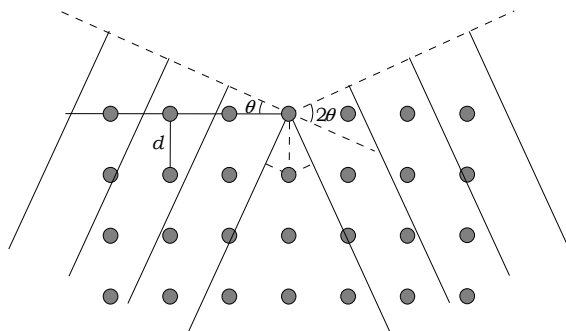


Fig. 10. Braggdiffraktion i regelmæssig krystal.

Hosstående figur viser at denne betingelse er

$$2d \sin \theta = n \lambda \quad (7)$$

hvor  $d$  er gitterkonstanten. Når denne betingelse, Braggs diffraktionsligning, er opfyldt **afbøjes strålen  $2\theta$** .

Røntgendiffraktion i krystaller er den almindelige metode til måling af røntgenspektrer. Og ved at sammenligne røntgendiffraktion og elektrondiffraktion ses det klart at elektronerne må behandles som bølger i deres vekselvirkning med krystallen.

Men hvordan opstod den ide?

I 1924 blev det fremsat som en hypotese af de Broglie at elektroner havde bølgeegenskaber.

de Broglies inspirationsgrundlag var de kvantiserede tilstande for elektroner i atomer. Det ligner vilkårene for stående bølger i en streng.

Spørgsmålet er nu hvilken bølgelængde vi skal tildele elektroner.

Fra Principia i stort og småt henter vi

$$E = h\nu \quad (8)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (9)$$

(i Principia (16) og (23)) for fotoners energi og impuls. Her var det frekvens og bølgelængde man var fortrolig med og  $E$  og  $p$  der var de nye overraskende egenskaber.

Med elektroner går det den anden vej. Vi er fortrolige med energi og impuls. de Broglie påstod bølgeegenskaber for elektroner med frekvens og bølgelængde i overensstemmelse med (8) og (9) med  $E$  tolket som  $E_{\text{kin}}$ . Flere teoretisk interessante konsekvenser kan udledes af denne hypotese. Vi gennemgår to af dem i 2.3 og 2.4.

Hypotesen blev eksperimentelt underbygget i 1927 da Davisson og Ger-

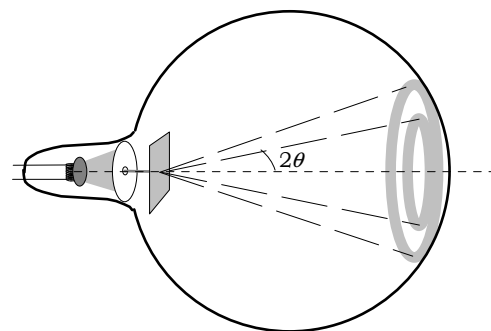
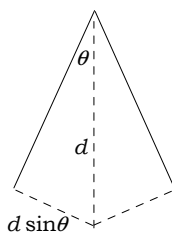


Fig. 11. Elektrondiffraktion.

Elektronkanon og kulfolie i et vacuumrør.

I den sædvanlige elektronkanon accelereres elektronerne af spændingen  $U$ . Med vores spændinger opnår vi ikke relativistiske hastigheder. Vi kan altså sætte

$$\frac{p^2}{2m} = Ue$$

hvor  $m$  er elektronens masse og  $e$  er størrelsen af elektronens ladning.

Af (9) fås så

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mUe}}$$

som skal indgå i den almindelige diffraktionsformel (7)

Når der fremkommer cirkler, er det fordi kulfoliet ikke er en enkelt krystal, men en række små kulkrystaller som ligger i tilfældig orientering. Kun en bestemt indfaldsretning  $\theta$  giver 1.ordens diffraktion. De krystaller som rammes under netop denne vinkel vil afbøje elektronerne. Disse afbøjes ud på en kegle med afbøjningsvinkel  $2\theta$  i forhold til keglens akse. Keglen skærer røret i en cirkel.

Kulgitteret er ikke så simpelt som på fig. 8. De to ringe er begge 1.ordens-afbøjning fra to forskellige planer.

### 2.3 Brintatomet

For partikler gælder (8) og (9), men det skal understreges at  $v$  og  $\lambda$  ikke hænger sammen ved  $c = v\lambda$ , men gennem netop (8) og (9).

For ikke-relativistiske partikler gælder

$$E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m} \quad (10)$$

som ved (8) og (9) fører til

$$v\lambda^2 = \frac{h}{2m} \quad (11)$$

Virialteoremet gælder også for bevægelse i coulombfelter. Virialteoremet udtaler sig om cirkulære bevægelser. Vi må derfor have modsatte ladninger  $q$  og  $Q$  så der er tale om tiltrækningskræfter. Den kredsende partikels ladning kaldes  $q$  og dens masse  $m$  mens centrallegemets ladning er  $Q$  og dets masse uendelig. Med  $qQ < 0$  har vi så

$$F = k_c \frac{-qQ}{r^2}$$

$$E_{\text{pot}} = k_c \frac{qQ}{r}$$

Af Newtons 2. lov følger

$$\begin{aligned} k_c \frac{-qQ}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow k_c \frac{-qQ}{r} = 2 E_{\text{kin}} \\ \Leftrightarrow -E_{\text{pot}} &= 2 E_{\text{kin}} \end{aligned}$$

Heraf følger

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = -E_{\text{kin}}$$

og beviset er udført!

For brintatomet har vi  $qQ = -e^2$ .

Idet vi nu anbringer elektronen i afstanden  $r$  fra protonen, må der til elektronen med masse  $m_e$  knyttes en bølge med bølgelængde  $\lambda$  givet ved (9). Med virialteoremet, (9) og (10) får vi så

$$E_{\text{kin}} = \frac{k_c e^2}{2r} = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2}$$

Vi finder heraf omkredsen i banebevægelsen udtrykt ved  $\lambda$ :

$$2\pi r = \frac{2\pi k_c e^2 m_e \lambda^2}{h^2}$$

Hvis elektronen der løber rundt i denne bane ikke skal destruere sig selv ved bølgeinterferensen, må omkredsen være et helt antal bølgelængder, altså

$$2\pi r = n\lambda$$

hvor  $n = 1, 2, \dots$

Af de to seneste ligninger findes

$$\frac{2\pi k_c e^2 m_e \lambda^2}{h^2} = n\lambda$$

Den matematiske set trivielle løsning  $\lambda = 0$  ved jeg ikke rigtigt hvad jeg skal sige til rent fysisk. Væk med den!

Af resten findes

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi k_c e^2 m_e}{h^2} \frac{1}{n}$$

For den totale energi  $E_n = E_{\text{mek}}$  finder vi så

$$\begin{aligned} E_n &= -E_{\text{kin}} = -\frac{h^2}{2m_e \lambda^2} \\ &= -\frac{h^2}{2m_e} \left( \frac{2\pi k_c e^2 m_e}{h^2} \frac{1}{n} \right)^2 \\ &= -\frac{2\pi^2 k_c^2 e^4 m_e}{h^2} \frac{1}{n^2} \end{aligned}$$

Dette udtryk, se (5), udledte Bohr i 1913 på et lidt andet grundlag end her. Tanken om at denne håndfaste behandling af elektroner som bølger i nogle sammenhænge kunne have indhold, lå dengang et stykke ude i fremtiden. Bohr omtalte i de følgende godt 10 år sin udledning som "hvilende på ganske foreløbige principper".

Ikke desto mindre giver Bohrs (og nu vores) udledning fuldstændig overensstemmelse med eksperimenter. Udregning af den lange brøk giver de kendte 13,6 eV. Følgende omskrivning sammen med vores genvejskonstanter gør udregningen let

$$\frac{2\pi^2 k_c^2 e^4 m_e}{h^2} = \frac{2\pi^2 (k_c e^2)^2 m_e c^2}{(hc)^2}$$

Værsgo!

### 2.4 Bølgepakke

Efter succesen med bølgebeskrivelsen af elektronen i brintatomet kan vi prøve en bølgebeskrivelse af en endimensionel, fri bevægelse. Vi betragter en ikke-relativistisk partikel med masse  $m$ , impuls  $p$  og energi  $E$  og frekvens og bølgelængde i overensstemmelse med (8) og (9).

(11) fra afsnit 2.3 gælder altså:

$$v \lambda^2 = \frac{h}{2m} \tag{11}$$

Det er bekvemt at indføre den korte skrivemåde

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

samt vinkelhastigheden  $\omega$  ved

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v = \frac{E}{\hbar}$$

hvor (8) er brugt og bølgetallet  $k$  ved

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar}$$

hvor (9) er brugt.

Sammenhængen (11) kan så skrives

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \tag{12}$$

Tilordningen (8) og (9) giver så

$$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Partiklen beskrevet ved denne bølge har de foreskrevne værdier af  $p$  og  $E$ . Til gengæld er det klart at det er helt uklart hvor den befinder sig. Til ethvert tidspunkt er  $\psi(x,t)$  en ensartet harmonisk bølge som strækker sig fra  $-\infty$  til  $\infty$ .

Hvis vi vil lokalisere partiklen på  $x$ -aksen, må vi superponere flere harmoniske bølger med henblik på at få konstruktiv interferens hvor partiklen befinder sig og destruktiv interferens på resten af aksens.

Det kan foretages ved at superponere bølger i et lille  $k$ -interval d.v.s. i et lille  $p$ -interval ( $p = \hbar k$ ).

Vi starter med at se effekten på et øjebliksbillede til  $t = 0$  altså

$$\psi(x,0) = A \cos(kx)$$

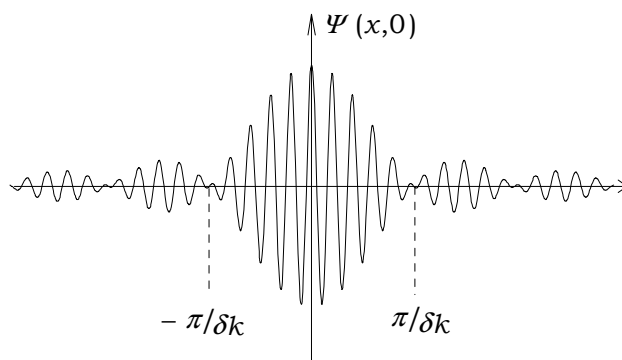
$k'$  er nu en integrationsvariabel i intervallet  $[k - \delta k, k + \delta k]$

Vi får så idet  $x$  er en konstant

$$\begin{aligned} \Psi(x,0) &= A \int_{k-\delta k}^{k+\delta k} \cos(k'x) dk' \\ &= A \left[ \frac{\sin(k'x)}{x} \right]_{k-\delta k}^{k+\delta k} = \\ &= \frac{A}{x} (\sin(kx + \delta kx) - \sin(kx - \delta kx)) \\ &= \frac{2A}{x} (\cos(kx) \cdot \sin(\delta kx)) \end{aligned}$$

[ Formel:  $\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$  ]

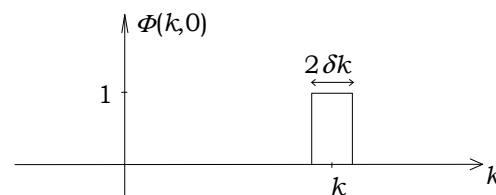
Figuren viser bølgefunktionen  $\Psi(x,0)$  med  $\delta k = k/10$ .



Den hurtigt varierende harmoniske funktion er  $\cos(kx)$  mens indhyldningskurven er  $\frac{2A}{x} \sin(\delta kx)$ . Den væmmelige nævner volder ikke problemer fordi  $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$  for  $x \rightarrow 0$ .

Tolkningen er nu at indhyldningskurven for bølgefunktionen viser sandsynlighedsfordelingen langs  $x$ -aksen for at finde partiklen.

En analyse - en såkaldt Fourieranalyse - af  $\Psi(x,0)$  vil resultere i følgende bølgetalsspektrum  $\Phi(k,0)$ .



Det kan vi vide for Fourieranalysen er den modsatte af den regneproses som ud fra  $k$ -intervallet førte frem til bølgefunktionen.



Bemærk at  $\Psi(x,0)$  faktisk er udregnet som

$$\Psi(x,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k',0) \cos(k'x) dk'$$

Omvendt kan  $\Phi(k,0)$  skrives

$$\Phi(k,0) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x,0) \cos(kx) dx$$

De siges at være hinandens cosinus-transformerede.

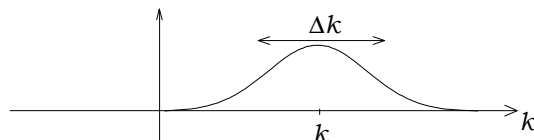
Tolkningen af bølgetalspektret er at det viser sandsynlighedsfordelingen for de mulige  $k$ -værdier.

Indhyldningskurven for  $\Psi(x,0)$  har sit første nulpunkt for  $\delta k x = \pi \Leftrightarrow x = \pi / \delta k$ . Hvis vi lader  $2\pi / \delta k$  være et udtryk for ubestemtheden  $\Delta x$  af  $x$  og  $\hbar 2 \delta k$  være et udtryk for  $\Delta p$  finder vi

$$\Delta x \Delta p = (2\pi / \delta k)(\hbar 2 \delta k) = 2h$$

Her ser vi oprækket til Heisenbergs ubestemthedsrelation.

Bølgepakken er ikke helt veldefineret til at ligge imellem  $-\pi / \delta k$  og  $\pi / \delta k$ . Det hænger sammen med det skarpe  $k$ -interval at  $\Phi(k,0)$  er en firkantfunktion. Det er muligt at vælge  $\Phi(k,0)$  så at  $\Psi(x,0)$  og  $\Phi(k,0)$  ligner hinanden og ligner følgende



Hvis man i denne sammenhæng tolker  $\Delta x$  og  $\Delta p$  som spredningen fås Heisenbergs ubestemthedsrelation

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

Idet vi nu forlader forudsætningen  $t=0$  kan vi søge pakkens udbredelsehastighed på følgende måde.

Når vi i

$$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$$

vil superponere bølger med  $k'$  i  $[k - \delta k, k + \delta k]$  må vi være opmærksomme på at  $\omega$  er en funktion af  $k$ :

$$\omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

Idet  $k'$  kun varierer lidt kan vi tilnærme  $\omega(k')$  ud fra  $\omega(k)$  ved

$$\omega(k') = \omega(k) + \frac{d\omega}{dk} (k' - k)$$

$$\omega(k') = \omega(k) + 2 \frac{\hbar k}{2m} (k' - k)$$

$$\omega(k') = \omega + 2 \frac{\omega}{k} (k' - k)$$

hvor  $\omega$  står for den konstante værdi  $\omega(k)$ . Vi får så

$$\begin{aligned} \Psi(x,t) &= A \int_{k-\delta k}^{k+\delta k} \cos(k'x - \omega(k')t) dk' &= A \int_{k-\delta k}^{k+\delta k} \cos(k'x - (\omega + 2 \frac{\omega}{k} (k' - k))t) dk' \\ &= A \int_{k-\delta k}^{k+\delta k} \cos(k'(x - 2 \frac{\omega t}{k}) + \omega t) dk' &= \frac{A}{x - 2 \frac{\omega t}{k}} \left[ \sin(k'(x - 2 \frac{\omega t}{k}) + \omega t) \right]_{k-\delta k}^{k+\delta k} \\ &= \frac{A}{x - 2 \frac{\omega t}{k}} \cdot \left( \sin((k + \delta k)(x - 2 \frac{\omega t}{k}) + \omega t) - \sin((k - \delta k)(x - 2 \frac{\omega t}{k}) + \omega t) \right) \\ &= \frac{A}{x - 2 \frac{\omega t}{k}} \cdot \left( \sin(kx - \omega t + \delta k(x - 2 \frac{\omega t}{k})) - \sin(kx - \omega t - \delta k(x - 2 \frac{\omega t}{k})) \right) \\ &= \frac{2A}{x - 2 \frac{\omega t}{k}} \cdot \cos(kx - \omega t) \cdot \sin(\delta k(x - 2 \frac{\omega t}{k})) \end{aligned}$$

Og indhyldningskurven (sinusfaktoren) bør vække begejstring. Dens udbredelsehastighed kan findes ved betingelsen

$$x - 2 \frac{\omega t}{k} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \frac{\omega}{k} t$$

d.v.s. med hastigheden

$$2 \frac{\omega}{k} = 2 \frac{E}{\hbar} \cdot \frac{p}{\hbar} = 2 \frac{1/2 mv^2}{mv} = v$$

**Hurra!**

## 2.5 Selvreference

Fysikken er den videnskab hvor vi på det mest fundamentale niveau forsøger at danne os forestillinger om den verden hvori vi er sat.

Denne formulering ”hvori vi er sat” er almindelig og udspringer måske af den gammeltestamentlige opfattelse at Gud den 6. dag satte os i den verden han i de foregående 5 dage havde skabt til os.

Forestillingen er smuk og skal her ikke anfægtes i sin religiøse sammenhæng, men erkendelsesteoretisk er den uforenelig med moderne fysik. Det er ikke ligegyldigt om vi ser os anbragt i en verden eller om vi er en integreret del af denne verden.

Den første forestilling er i harmoni med den klassiske fysik hvor fysikeren stod uden for og så og beskrev verden. Den er også dybt forbundet med Descartes opdeling af mennesket i legeme og sjæl eller krop og ånd hvoraf ånden, tanken, intellektet uafhængigt af den materielle verden kunne iagttage denne og beskrive den.

Som den moderne fysik har vist, er en sådan synsmåde ikke forenelig med den måde hvorpå den atomare verden giver sig til kende for os. Vi kan ikke inden for en sådan synsmåde rumme egenskaberne af f. eks. lys og elektroner. Vi kan ikke stå uden for og danne os billeder eller modeller af lys og elektroner. Disse fænomeners egenskaber er uløseligt bundet sammen med den måde hvorpå de kan give sig til kende for os.

Den moderne synsmåde blev grundlagt i 1927 i form af Heisenbergs *ubestemthedsrelationer* og Bohrs *komplementaritetsprincip*.

Ubestemthedsrelationerne viser en begrænsning i den fuldstændighed hvormed vi kan bestemme verdens tilstand. Dette er det afgørende nye i forhold til den klassiske fysik.

Komplementaritetsprincippet viste i hvilke rammer fysiske eksperimenter kan udføres og tolkes.

Det nye er at snittet mellem *iagttageren* og det *iagttagede* må lægges på en anden måde end vi har vænnet os til i den klassiske fysik (især skarpt formuleret af Descartes).

Bohr indførte begrebet et *fænomen* for det hvorpå man bliver klogere når man udfører et eksperiment. I et sådant udgør den eksperimentelle opstilling (som er at opfatte som eksperimentatorens ”forlængede arm”) en integreret del af fænomenet.

Kun ved at inddrage de omstændigheder hvorunder det vi kalder lys eller elektroner giver sig til kende, kan man snakke om disse kvantemekaniske fænomener og undgå paradokser og samtidig bibeholde muligheden for at meddele sine erfaringer objektivt til andre.

Og disse erfaringer kan indpasses i et meget stort mønster af fysiske love som også i den moderne fysik overholdes!

Om det har Einstein sagt: »Det mest uforståelige ved verden er at den kan gøres forståelig.«

Ifølge den moderne fysik er vi altså ikke anbragt i en eksisterende verden, men er en uadskillelig del af den. Hvis vi glemmer dette og taler om verden som om vi står udenfor, kan tilsyneladende klare sætninger vise sig at være paradokser fordi de indeholder en selvreference. Sammenlign situationen med filosofen Bertrand Russells humoristiske eksempel på en selvreference: ”En soldat får den ordre at barbære alle de soldater som ikke barberer sig selv” !!!

Den stadigt tilbagevendende formulering hos Niels Bohr ”når vi iagttager den verden hvoraf vi selv er en del” når han skulle fortælle om ”kvantemekanikkens belæring til os”, viser at han opfattede sin indsats som knyttet til afklaringen af et selvreferenceproblem.

En anden udgave af vores bevidstheds forunderlige indfletning i alt det vi har fået lov til at opleve med selvsamme bevidsthed er næste sides materiebevidsthedssammenfletning.

Pointen med kulstofatomet som kommer til selvbevidsthed, hørte jeg som ung i et radioforedrag af den dengang kendte, men aldrende biolog H. V. Brøndsted. (Godt 10 år senere udgav han en stærkt engageret bog om verdens tilstand år 2030, *en udfordring til de yngre generationer*, 1973. (Hans første bog er fra 1928.))

Når vi iagttager den verden "hvor vi selv er en del"

De opdager at byggestenene og lovmæssighederne er de samme overalt i universet. De driver lovmæssighederne til den yderste grænse og opdager en struktur fra et big bang og til nu, mener at fatte det ufattelige, en sammenhæng fra tidernes morgen, fra en tidlig verden med kun energi og til den verden de ser nu. For lovmæssighederne fortæller om stoffernes dannelse, brint og helium, om stjernernes dannelse, om dannelse af tungere stoffer i stjernerne, om dannelse af alle de grundstoffer de ser og som er netop alle de grundstoffer lovmæssighederne muliggør. Og disse simple 92 grundstoffer med de uendelige kombinationsmuligheder! Stjernernes energidensiteter danner en myriade af kloder med en myriade af forskellige vilkår. De uorganiske grundstofkombinationer danner en myriade af kloder på mindst en af disse strømmer den nærmeste stjernes energi især om de døde stoffer og vækker livet med det sædige elektronstruktur til live. Med kulstoffet i centrum inspireres de øvrige grundstoffer af solens lys til en uendelig formelse af de eksisterende strukturer, som nu er kommet så vidt først undrer de sig over deres egen eksistens. at de er begyndt at undre sig over deres egen eksistens. Først undrer de sig over livet og døden, skæbnen, og tankens og fantasieens kraft, sigemene og blomsterne og dyrene. Og tanke og fantasieens kraft, sigemene og blomsterne og dyrene.

Grundforstrukturen er opdelt i byggestenene, og det begrænsede antal lovmæssigheder. De begrænsede antal lovmæssigheder.

De begrænsede antal lovmæssigheder.

Grundforstrukturen er opdelt i byggestenene, og det begrænsede antal lovmæssigheder.

### 3. KERNEFYSIK

#### 3.1 Terminologi

*Atomfysik* beskæftiger sig med elektronskyen omkring kernen og ikke med kernen.

*Kernekemifysik* beskæftiger sig med atomkernens egenskaber og ikke med elektronerne uden om kernen.

Elektronerne befinder sig i kugleformede områder med en radius på meget ca.  $1,5 \cdot 10^{-10}$  m.

Kerners radius er af størrelsesordenen meget ca.  $5 \cdot 10^{-15}$  m.

Atomets lineære dimension er altså ca. 30 000 gange større end kernens. Det betyder at dets rumfang er ca. 30 000 000 000 000 gange større end kernens.

Da kernen indeholder 99,95% af atomets masse, kan man altså sige at hvad masse angår, så er den samlet i en lille bitte klump med utroligt meget ingenting udenom.

Kernen og det meget næsten ingenting hvad masse angår (elektronerne) er atomet.

Kernekemifysik og atomfysik er to meget forskellige ting!

Dette ses også af de energier der udløses af henholdsvis atomets kræfter og kernernes kræfter.

De første kan udløses ved at sætte en tændstik til brændbare (eksplosive) stoffer og vi har almindelige forbrændinger eller eksplosioner.

Udløsning af kernekræfter i bomber fører til A- eller B-bomber.

Dette afsnit handler om kernernes egenskaber.

#### Opg. 5

Atomkerner, *nuklider*, består af *nukleoner* som er protoner eller *neutroner*. Protonerne har en positiv ladning, *elementarladningen*, *e*. Neutronerne er elektrisk neutrale. Nukleonerne holdes sammen af den såkaldte *kernekræfter* uden hvilken kerner med positive protoner ikke kunne eksistere.

En *elektron* har ladningen  $-e$ .

Elektronerne fastholdes til atomet af den elektriske tiltrækning fra protonerne. I et neutralt atom omgives kernen af lige så mange elektroner som der er protoner i kernen.

D.v.s. at kernens ladning - og kun denne - bestemmer elektronskyen og dermed atomets *kemiske* natur, dets placering i det *periodiske system*.

Der bruges følgende betegnelser:

$Z$  = antallet af protoner  
 = antallet af elektroner  
 = atomnummeret  
 = ladningstallet

$N$  = antallet af neutroner

$A = Z + N$   
 = antallet af nukleoner  
 = massetallet

Betegnelsen massetallet for  $A$  får en nærmere forklaring senere.

Inden for samme grundstof kan der være mange forskellige stabile og endnu flere ustabile kerner. De tilhørende atomers kemiske egenskaber er helt ens hvorfor sådanne kerner kaldes isotoper (*ισος*, samme, *τοπος*, sted) d.v.s. samme sted i det periodiske system.

Men isotopers kerneegenskaber er oftest helt forskellige. (Se kernekort i databogen.)

Den almindeligt brugte betegnelse skelner ikke mellem atom og kerne. Man bruger det tilhørende kemiske symbol  $Sy$  (= H, He, Li, Be, ... , Th, U) med massetallet for oven til venstre og atomnummeret for neden til venstre. Altså



Symbolet repræsenterer kernen med elektroner, altså hele atomet.

${}^{12}_6 C$  og  ${}^{14}_6 C$  er to isotoper af kul.

${}^{12}_6 C$  er den almindeligt forekommende.

${}^{14}_6 C$  dannes til stadighed i den øvre atmosfære hvorefter den indgår i biosfæren. 14-metoden til aldersbestemmelse baserer sig herpå, se 4.3 og opg. 14. I denne sammenhæng opfattes  ${}^{14}_6 C$  som hele det atom der indgår i  $CO_2$  m.m.

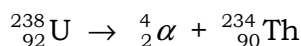
${}^{235}_{92} U$  og  ${}^{238}_{92} U$  er to i naturen forekommende isotoper af uran. Kun  ${}^{235}_{92} U$  kan bruges i forbindelse med fissionsenergi. I den sammenhæng opfattes  ${}^{235}_{92} U$  som betegnelse for kernen.

### 3.2 Radioaktive henfald

Ustabile kerner går almindeligvis i stykker ved  $\alpha$ -,  $\beta$ - eller  $\gamma$ -henfald.

Ved et  **$\alpha$ -henfald** udsender kernen en  $\alpha$ -partikel som er en heliumkerne  ${}^4_2\text{He}$ .

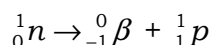
${}^{238}_{92}\text{U}$  er  $\alpha$ -aktiv (Se kernekort i databogen). Dens henfald skrives



Henfaldet sker under bevarelse af det samlede massetal og det samlede ladningstal.

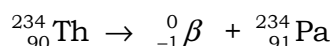
Ved et  **$\beta$ -henfald** udsender kernen en  $\beta$ -partikel som er en almindelig elektron, i denne sammenhæng betegnet  ${}^0_{-1}\beta$ .

For elektronen er massetallet 0 og ladningstallet  $-1$ . I forbindelse med  $\beta$ -henfaldet opstår elektronen ( $\beta$ -partiklen) ved at en neutron  $n$  spaltes til en elektron  $\beta$  og en proton  $p$



Elektronen sendes ud mens protonen bliver i kernen hvis  $Z$  derfor stiger med 1 mens  $A$  er uændret.

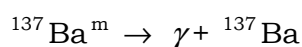
${}^{234}_{90}\text{Th}$  er  $\beta$ -aktiv (Se kernekort i databogen). Dens henfald skrives



Henfaldet sker under bevarelse af det samlede massetal og det samlede ladningstal.

Ved et  **$\gamma$ -henfald** udsender kernen en  $\gamma$ -partikel eller med andre navne: en foton, et kvant eller en energipakke hørende til elektromagnetisk stråling.

${}^{137}\text{Cs}$  er  $\beta$ -aktiv (se altid herefter kernekort i databogen). 93% af dens  $\beta$ -henfald sker til en metastabil tilstand af  ${}^{137}\text{Ba}$  som herefter henfalder ved  $\gamma$ -henfald:



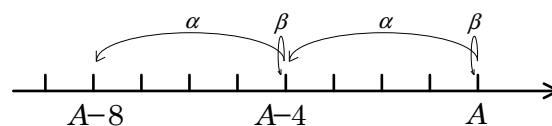
Vi har dermed følgende skema for ændringer af  $Z$ ,  $N$  og  $A$  for de tre radioaktive henfald:

Henfald	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$\Delta Z$	-2	+1	0
$\Delta N$	-2	-1	0
$\Delta A$	-4	0	0

### 3.3 De radioaktive familier

I den tunge ende af kernekortet findes nogle  $\alpha$ -aktive nuklider med så lang halveringstid at der stadig er nogle tilbage fra tidernes morgen. Der findes fire radioaktive familier som ikke blander sig med hinanden.

Idet man betragter  $A$  for de to kerneomdannende henfald,  $\alpha$ - og  $\beta$ -, ses det at ved disse er  $A$  enten uændret, eller  $A$  falder med 4.



Ind imellem den tegnede familie er der plads til 3 andre. For medlemmerne af en familie gælder at massetallet giver samme rest ved division med 4. Derfor betegnes de fire familier også ved hhv.  $4n$ ,  $4n+1$ ,  $4n+2$  og  $4n+3$  ( $n \in \mathbb{Z}_+$ ) (Se databogen!)

#### Opg. 6

Fordi stabilitetslinien krummer som den gør, vil  $\alpha$ -henfald gradvist føre til neutronoverskud som resulterer i  $\beta$ -henfald.

Kerner med neutronunderskud kan i sjældnere tilfælde også opstå. Deres henfald behandles i næste afsnit.

### 3.4 Positronen

I 1928 offentliggjorde Dirac en relativistisk bølgeligning for elektronen, »et miraklerne i det 20. århundredes fysik« (Abraham Pais). Tolkning af ligningen åbnede for eksistensen af en positiv elektron, positronen. Denne blev fundet i 1932 i den kosmiske stråling ved hjælp af et tågekammer.

Elektronen og positronen er det første eksempel på et såkaldt antipartikelpar. Det har senere vist sig at alle elementarpartikler forekommer i par med samme masse, men med modsat ladning.

For elektronen kan vi anvende følgende betegnelser:

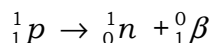
$$e^-, \beta^-, {}^0_{-1}e, {}^0_{-1}\beta$$

For positronen kan vi anvende følgende betegnelser:

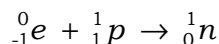
$$e^+, \beta^+, {}^0_1e, {}^0_1\beta$$

Kerner med neutronunderskud kan opnå stabilitet ved  $\beta^+$ -henfald eller elektronindfangning (K i databogen).

Ved det første omdannes en proton til en neutron og en positron:



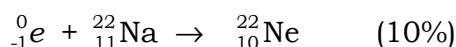
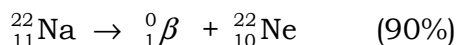
Ved elektronindfangning vil en elektron fra den inderste skal blive indfanget i kerne og indgå i følgende proces med en proton:



I begge tilfælde forsvinder der en proton og der opstår en neutron i kerne.

Tilføj  $\beta^+$ -henfald/elektronindfangning i skemaet på s. 19!

${}^{22}\text{Na}$  er ustabil, se databogen. 90% af henfaldene er  $\beta^+$ -henfald og 10% er elektronindfangning. Disse processer skrives altså:



### 3.5 Atommasser, bindingsenergi

$Z$ ,  $N$  og  $A$  er positive, hele tal, (de angiver antallet af ...).

Følgende begreber er fysiske størrelser med måltal og enheder:

$$M = M({}^A_Z\text{Sy}) = \text{atommassen af } {}^A_Z\text{Sy} \\ = \text{masse af kernen og } Z \text{ elektroner}$$

$$m_{\text{H}} = \text{massen af } {}^1_1\text{H} \quad \bullet \bullet \\ = \text{massen af en proton} \\ \text{og en elektron}$$

$$m_n = \text{massen af en neutron} \quad \circ$$

De to nukleontyper vejer næsten lige meget. Elektroner vejer 1836 gange mindre (konsulter databogen). Praktisk talt hele et atoms masse repræsenteres altså af kernen.

Man definerer en masseenhed  $u$  (unit) ved

$$1u = \frac{1}{12} M({}^{12}_6\text{C})$$

Enheden  $u$  er altså tæt på en nukleonmasse.

Dermed bliver måltallet for massen  $M({}^A_Z\text{Sy})$  målt i  $u$  et tal tæt ved  $A$ . Derfor kaldes  $A$  for massetallet. Men  $A$  er et helt tal og  $M/u$  er et decimaltal.

Definitionen af  $1u$  er valgt med henblik på at gøre forskellen mellem  $A$  og  $M/u$  så lille som muligt.

Når der ikke kan opnås fuldstændig overensstemmelse skyldes det dels, at  $m_{\text{H}}$  og  $m_n$  er forskellige. Men det skyldes også følgende mærkelige forhold:

${}^{12}\text{C}$  består af 6 protoner, 6 elektroner og 6 neutroner. Massen af bestanddele er derfor

$$6 m_{\text{H}} + 6 m_n \\ = 6 \cdot 1,00782522 u + 6 \cdot 1,00866522 u \\ = 12,09894264 u$$

Men ifølge definitionen af  $1u$  gælder jo at

$$M(12,6) = 12u$$

eksakt.

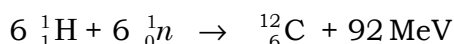
Den masse på  $m = 0,09894264 \text{ u}$  der mangler, er et udtryk for bindingen mellem nukleonerne. Denne sammenhæng mellem masse og energi udtrykkes i Einstein berømte formel

$$E = mc^2$$

hvor  $c$  er lysets hastighed. I vores tilfælde gælder\*)

$$E = 0,0989 \cdot 931 \text{ MeV} = 92 \text{ MeV}$$

En tænkt proces hvorved  $^{12}\text{C}$  samles direkte af sine bestanddele, kan altså skrives



hvor de 92 MeV går til omgivelserne.

Vi siger derfor at *bindingsenergien*  $E_B$  for  $^{12}\text{C}$  er 92 MeV.

Bemærk at bindingsenergien ikke er i kernen. Den tværtimod mangler i kernen. Den er forsvundet til omgivelserne under kulstofkernens skabelse. Og mangler, hvis det gælder om at splitte kernen ad igen.

Jo større bindingsenergi desto mere energi er frigjort til omgivelserne og desto stabilere er samlingen af nukleoner.

For et vilkårligt atom med atomnummer  $Z$  og neutronantal  $N$  er forskellen mellem bestanddelenes masse og atomets masse  $M$  givet ved

$$B = Zm_{\text{H}} + Nm_{\text{n}} - M$$

$B$  kaldes *massedefekten* og angiver altså hvor meget atomet er lettere end sine bestanddele. Der gælder

$$E_B = Bc^2$$

For at kunne vurdere energiudbyttet ved kernereaktioner er det praktisk at betragte bindingsenergien pr. nukleon  $E_B/A$ . Fig 12 er lavet på basis af databogen hvor jeg for hvert  $A$  har brugt isotopen med størst bindingsenergi:

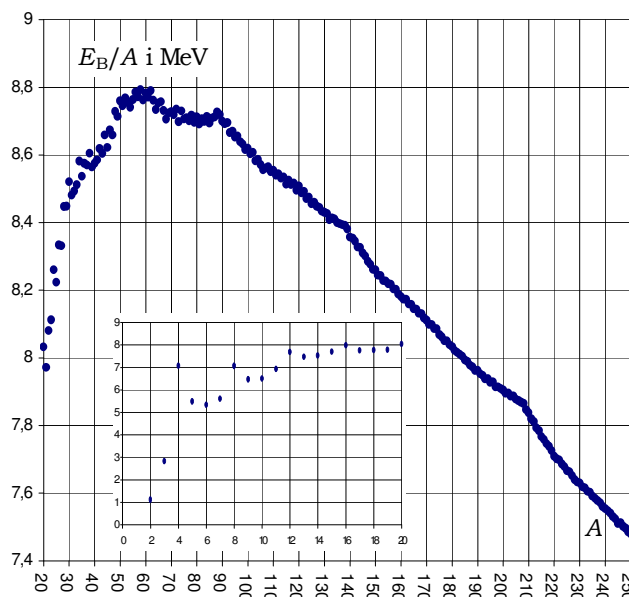


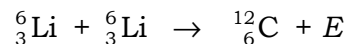
Fig. 12. Bindingsenergi pr. nukleon.

Kurven har maksimum omkring jern,  $A = 56$ . Processer, der fører i den retning, er energifrigørende. Der er således to muligheder, *fusion* fra den lette ende og *fission* fra den tunge.

Sådanne processer er mulige i praksis. Alligevel betragtes først nogle tænkte processer der tydeliggør betydningen af maksimumet omkring jern.

#### Fusion.

En tænkt proces:



Energiregnskabet kan føres ved at lave en mellemtilstand hvor nukleonerne er fuldstændigt adskilt

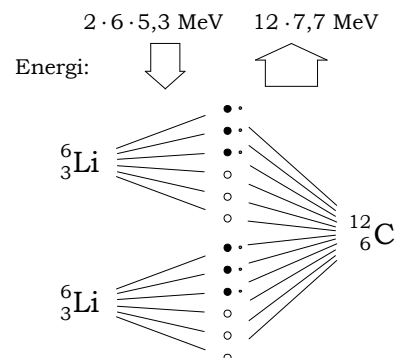


Fig. 13. Energiregnskab for tænkt fusion.

Den frigjorte energi er forskellen mellem den samlede bindingsenergi før og efter.

Af kurven ses

$$E_{B,\text{før}} = 12 \cdot 5,3 \text{ MeV}$$

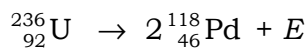
$$E_{B,\text{efter}} = 12 \cdot 7,7 \text{ MeV}$$

Ved processen frigøres altså

$$E = 12 (7,7 - 5,3) \text{ MeV} = 28,8 \text{ MeV}$$

\*) 
$$\begin{aligned} \underline{1uc^2} &= 1 \cdot \frac{1}{12} \frac{12 \text{ g}}{6,02 \cdot 10^{23}} (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \\ &= \frac{10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ J} \\ &= \frac{9 \cdot 10^{13}}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV} = \underline{931 \text{ MeV}} \end{aligned}$$

Fission En tænkt proces:



$$E_{\text{B,før}} = 236 \cdot 7,6 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{B,efter}} = 236 \cdot 8,5 \text{ MeV}$$

hvoraf

$$E = 236(8,5 - 7,6) \text{ MeV} = 212 \text{ MeV}$$

Opg. 7, 8, 9

### 3.6 Q-værdi

Vi ser først på spontane processer, henfald. Sådanne er energifrigørende.

Den frigjorte energi kaldes processens  $Q$ -værdi og tildeles partiklerne som kinetisk energi. Processen har derfor en negativ massetilvækst  $\Delta m$ .

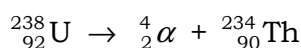
$-\Delta m$  er således massen af den frigjorte energi hvorfor der gælder

$$Q = -\Delta mc^2 = \Delta E_{\text{kin}}$$

Energifrigørelsen ved kerneprocesser kan findes ud fra processens massetab. Og masserne af de indgående atomer findes i databogen.

Da databogen oplyser atommasser medregner vi elektronerne. Det kræver lidt opmærksomhed ved begge typer  $\beta$ -henfald. En sådan kan vi udvise.

#### $\alpha$ -henfald



$$+ M({}_{92}^{238}\text{U}): \quad +238,050785 \text{ u}$$

$$- M({}_2^4\text{He}): \quad -4,002603 \text{ u}$$

$$- M({}_{90}^{234}\text{Th}): \quad -\underline{234,043593 \text{ u}}$$

$$-\Delta m = \quad 0,004589 \text{ u}$$

$\alpha$ -henfaldet frigør altså

$$Q = 0,004589 \text{ u } c^2$$

$$= 0,004589 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 4,27 \text{ MeV}$$

Det bemærkes at der indgår 92 elektroner i regnskabet på begge sider.

Den frigjorte energi tildeles hovedsageligt  $\alpha$ -partiklen. Det kan indses ved at regne på bevarelse af bevægelsesmængde og energi.

Vi antager at den henfaldende kerne ligger stille hvorefter de to henfaldsprodukter med masse  $m_1$  og  $m_2$  må bevæge sig hver sin vej på en ret linie som kan anvendes som  $x$ -akse.

Vi har impuls- og energibevarelse

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = Q$$

Heraf følger

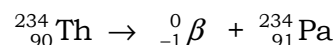
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} Q$$

og

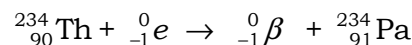
$$\frac{1}{2} m_1 v_2^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} Q$$

Opg. 10

#### $\beta^-$ -henfald



Hvis vi vil bruge atommassen for det dannede protactinium er det klart at vi må låne en elektron fra omgivelserne. Den indgår ikke i  $\beta^-$ -henfaldet, men optages af den dannede protactiniumion og skal medregnes på venstre side.



Det er korrekt at der er en elektron mere på højre side. Den er opstået i kernen ved henfaldet.

Elektronmassen går derfor ud af regnskabet som lyder:

$$+ M({}_{90}^{234}\text{Th}): \quad +234,043593 \text{ u}$$

$$- M({}_{91}^{234}\text{Pa}): \quad -\underline{234,043303 \text{ u}}$$

$$-\Delta m = \quad 0,000290 \text{ u}$$

$\beta$ -henfaldet frigør altså

$$Q = 0,00029 \text{ u } c^2$$

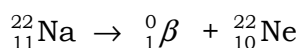
$$= 0,00029 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 0,270 \text{ MeV}$$

Energien fordeles faktisk på tre partikler idet  $\beta$ -henfald også producerer en (anti)neutrino. Herom senere.

Den er masseløs og deltager derfor ikke i masseregnskabet.



### $\beta^+$ -henfald



Her dannes en kerne med en proton mindre end udgangspunktet. Derfor producerer processen også en elektron som bare forlader kernen. Processen bliver altså totalt set

$$\begin{aligned} & {}_{11}^{22}\text{Na} \rightarrow {}_1^0\beta + {}_{10}^{22}\text{Ne} + {}_{-1}^0e \\ + M({}_{11}^{22}\text{Na}): & \quad + 21,994434 \text{ u} \\ - M({}_{10}^{22}\text{Ne}): & \quad - 21,991383 \text{ u} \\ - 2 M({}_{-1}^0e): & \quad - 2 \cdot 0,0005486 \text{ u} \\ -\Delta m = & \quad 0,001954 \text{ u} \end{aligned}$$

$\beta^+$ -henfaldet frigør altså

$$\begin{aligned} Q &= 0,001954 \text{ u } c^2 \\ &= 0,001954 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 1,82 \text{ MeV} \end{aligned}$$

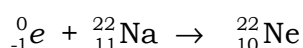
I vil snart lære at en elektrons energiekvivalent er 511 keV. Regningerne kan derfor også udføres således

$$\begin{aligned} + M({}_{11}^{22}\text{Na}): & \quad + 21,994434 \text{ u} \\ - M({}_{10}^{22}\text{Ne}): & \quad - 21,991383 \text{ u} \\ & \quad 0,003051 \text{ u} \end{aligned}$$

$$Q = 0,003051 \text{ u } c^2 - 2 \cdot 0,511 \text{ MeV}$$

med samme resultat!

### Elektronindfangning



Elektronen tages fra Na-atomet selv. Der frigøres derfor:

$$Q = 0,0030512 \text{ u } c^2 = 2,84 \text{ MeV}$$

Energien tildeles neutrinoen idet dog en lille del bliver i Ne-atomet som skabes i en anslået tilstand da det mangler en af de inderste elektroner.

Ovenfor blev behandlet spontane henfald som nødvendigvis må have positiv  $Q$ -værdi.

Processer kan også initieres af de indgående partiklers kinetiske energi. I så fald kan  $Q$  være negativ med resulterende positiv massetilvækst.

$Q$  er som regel negativ for makroskopiske sammenstød, men massetilvæksten kan man nu ikke sådan veje sig til.

### 3.7 Kernekrafter og -stabilitet

Ved spredningsforsøg som vist på fig.1 s.3 kan kernerens radius bestemmes til

$$r = 1,5 \text{ fm } \sqrt[3]{A}$$

Formlen viser at kernerens volumen vokser proportionalt med antallet af nukleoner. Det betyder at nukleonerne ikke presses sammen, men lægger sig som kugler med en bestemt radius.

Det er muligt med simple kvalitative argumenter at forstå de væsentlige træk af både  $E_B/A$ -kurven og den krummende stabilitetslinje på kernekortet i databogen.

Begge dele er en følge af balancen mellem de kræfter der virker mellem nukleonerne.

Mellem de positive protoner virker frastødende *elektriske kræfter*. De aftager med kvadratet på afstanden mellem ladningerne. De elektriske kræfter er *langtrækkende*. Alle protoner i en kerne bliver frastødt af hinanden.

Når en kerne på trods heraf kan holde sammen, skyldes det eksistensen af de *tiltrækkende kernekrafter*. Disse er *korttrækkende*. De virker kun mellem nukleoner der er i direkte berøring. Endvidere virker de særligt kraftigt mellem par af nukleoner og især proton-neutron-par, *pareffekten*.

Et blik på kernekortet afslører hurtigt at i den lette ende er kerner med lige mange protoner og neutroner stabile. De rummer mulighed for de særligt gunstige par af protoner og neutroner.  $E_B/A$ -kurven afslører videre at også par af protoner og par af neutroner er gunstige idet kerner med lige  $Z$  og lige  $N$  har relativ stor  $E_B/A$ .

$\alpha$ -partiklen er særlig stabil. Den består af to dobbeltpar hvor alle fire nukleoner rører hinanden. Det er så gunstig en struktur at  ${}^8_4\text{Be}$  ikke kan eksistere. Den vil spontant spaltes til to  $\alpha$ -partikler som tilsammen har større bindingsenergi end en  ${}^8_4\text{Be}$ -kerne.

Forskellen i rækkevidde mellem de kernesamlende og de kernesplittende kræfter samt pareffekten er afgørende for kernerens stabilitet.

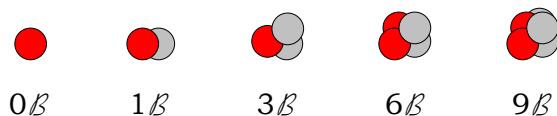
Af kernekortet ses at for de tungere kerner er neutronoverskuddet stadig stigende (stabilitetslinjen krummer).

Det skyldes at med stigende  $A$  vokser betydningen af den langtrækkende

elektriske frastødning. Stabiliteten opnås derfor med overskud af neutroner som øger afstanden mellem protonerne. For kerner med  $A$  over 209 er frastødningen dog så voldsom at ingen er stabile. De er i almindelighed  $\alpha$ -aktive.

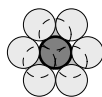
Vi kan også følge disse overvejelser op med småkvantitative argumenter.

Hvis vi regner med et bestemt bidrag  $\mathcal{B}$  af positiv bindingsenergi for hver nukleonberøring, så starter det således:



Ved  $A = 3,4,5$  udløser en ny nukleon  $3\mathcal{B}$ .

For meget store  $A$  vil en tilføjelse af en nukleon aldrig kunne udløse mere end  $12\mathcal{B}$ , omkranses af 6 i samme plan og berørt af 3 ovenfra og nedefra.



Bindingsenergi pr. nukleon fra kernekrafterne bliver altså

$A$	1	2	3	4	5	...	+1	+1
$E_B^{(n)}$	0	1	3	6	9	...	+12	+12
$E_B^{(n)}/A$	0	0,5	1	1,5	1,8	...	<12	<12

Det negative bidrag fra de positive protoner bliver imidlertid ved med at vokse med  $Z$ .

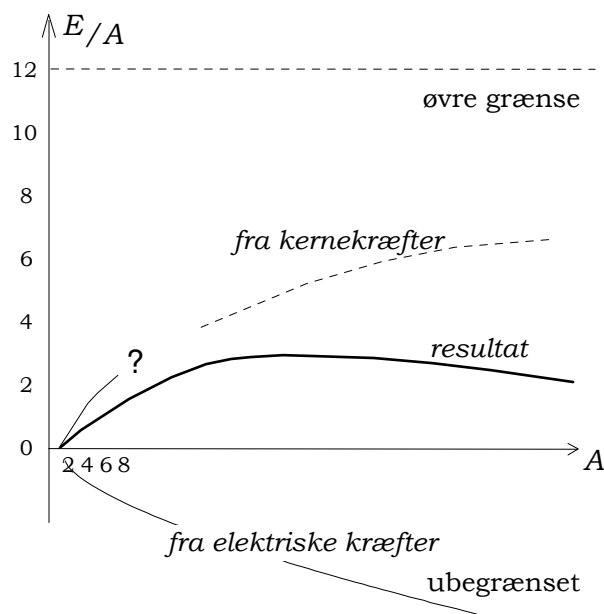
Den potentielle energi når en proton presses ind i en kerne med ladning  $Z$ , er

$$E_{\text{pot}} = k_c \frac{e \cdot Ze}{r}$$

Bidraget til bindingsenergien vokser altså (negativt) proportionalt med

$$\frac{Z}{\sqrt[3]{Z+N}} \approx Z^{\frac{2}{3}}$$

Der må nødvendigvis komme et maksimum:



### 3.8 Fission

Under visse omstændigheder kan de tunge kerner imidlertid også udvise fission.  ${}^{235}_{92}\text{U}$  med et ulige antal neutroner vil hvis den rammes af en neutron, suges denne til sig med så stor kraft at den opståede uro i kernen ( ${}^{236}_{92}\text{U}$ ) får denne til at gå næsten midt over.

Et relevant billede at se for sig er en væskedråbe i indre uro. Hvis den er ret stor, vil den let kunne gå midt over. Er den lille, vil overfladespændingen holde den sammen. *Væskedråbemodellen* var en betydningsfuld model til kernebeskrivelse og -forståelse i slutningen af 30'erne hvor meget store fremskridt i forståelsen af fissionen fandt sted lige op til 2. verdenskrigs udbrud.

Det foregik i høj grad på Niels Bohrs Institut (indviet i 1921) på Blegdamsvej i København som blev *centret* for forskning indenfor kvantefysik (i 20'erne) og kernefysik (i 30'erne).

Få måneder efter fissionens opdagelse gennemførte Bohr og Wheeler i juni 1939 den teoretiske beskrivelse af fissionsprocessen byggende på væskedråbemodellen. Denne beskrivelse stod senere sin *videnskabelige* prøve med succes. Den 1.9.1939 brød krigen ud. Og den 16.7.1945 - ved første forsøg - blev kernekrafterne sluppet løs for første gang.

I en bombe hvor der skal være så stort overskud af frie neutroner som muligt, skal indholdet af  ${}^{235}\text{U}$  være meget stort, i praksis nær 100%.

Da sammensætningen af naturligt uran er

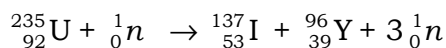
$$^{238}\text{U}: 99,3\% \quad \text{og} \quad ^{235}\text{U}: 0,7\%$$

kræver fremstilling af en bombe en voldsom berigningsproces. Og da den ikke kan foretages med kemiske midler er det eneste man kan separere efter den lille masseforskel. Det var en gigantisk teknisk og økonomisk udfordring i 1940'erne.

I kontrollerede kernereaktorer behøver  $^{235}\text{U}$ -indholdet kun være 2-3 % i tilfælde af moderering med almindeligt vand.

Ved anvendelse af tungt vand som slet ikke absorberer neutroner, behøves ingen berigning.

Et eksempel på en realistisk fissionsproces er følgende



Iod- og yttriumisotoperne kaldes *fissionsprodukter* eller *fissionsfragmenter*.

Da stabilitetslinien krummer mod neutronoverskud for de tunge kerner, vil fissionsfragmenterne opstå med stort neutronoverskud så stort at der umiddelbart bliver nogle neutroner frigjort. I eksemplet 3 i andre forløb måske 2 eller 4.

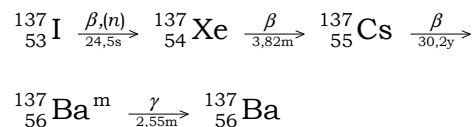
Da fissionen således startes af én neutron og resulterer i ca. 3, vil der være grundlag for en selvforstærkende, eksplosiv kædereaktion.

For nogle af fissionsprodukterne frigøres en neutron med en vis forsinkelse. For  $^{235}\text{U}$  vil knap 1% af neutronerne udsendes med forsinkelse på fra få sekunder til knap 1 minut. Uden disse forsinkede neutroner kunne en kernereaktor ikke styres.

Fissionsprocesserne i kernekraftværker og atombomber producerer et stort antal forskellige fissionsprodukter. Det er karakteristisk at der er en relativ let og en relativ tung komponent. Det er meget sjældent at urankernen går lige midt over.

Fissionsprodukterne udgør det højaktive affald ved atomkraft og det både korttids- og langtidsfarlige ved atombomber og kraftværksulykker. Det skyldes at fissionsfragmenterne på grund af neutronoverskuddet er stærkt  $\beta$ -aktive.

For  $^{137}_{53}\text{I}$  ser det sådan ud



Her ser vi oprindelsen til skolens Cs-kilde som er en  $\gamma$ -kilde ( $\text{Ba}^m$ ) idet  $\beta$ -partiklerne (fra Cs) formentligt absorberes af en indkapsling.

### Opg. 11

Energifrigørelsen ved fissionsprocessen ser typisk således ud:

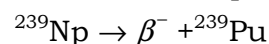
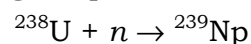
I gennemsnit:

2 fissionsfragmenter	165 MeV
5 øjeblikkelige $\gamma$ -kvanter	6 MeV
7 $\beta$ -partikler	8 MeV
7 $\gamma$ -kvanter i forb. med $\beta$	6 MeV
7 neutrinoer i forb. med $\beta$	12 MeV
2,5 neutroner à ca. 2 MeV	<u>5 MeV</u>
I alt	202 MeV

I tilfælde af styringssvigt af reaktorer, kan man i heldigste fald hurtigt standse fissionerne. Men de ca. 7% af energien som stadig frigøres fra fissionsfragmenterne ved  $\beta$ - og  $\gamma$ -henfald umiddelbart efter at fissionerne er ophørt, vil det være umuligt at gøre noget ved. Man må tage imod hvad der kommer indtil det klinger af bestemt ved fissionsprodukternes egne halveringstider.

Hvis styringssvigtet er forbundet med ophør af køling af reaktoren (den almindelige energitransport til turbinen), er det en meget stor energimængde at modtage i et begrænset rumfang. Det er årsagen til at styringssvigt kan antage så katastrofale dimensioner som ved Tjernobylreaktoren. Man kan ikke udelukke ulykkesforløb hvor en sammen-smeltet reaktor smelter sig langt ned i jorden ledsaget af stadige eksplosive udslip (en radioaktiv gejsler).

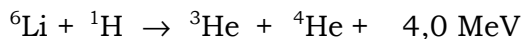
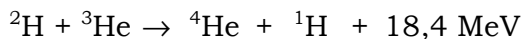
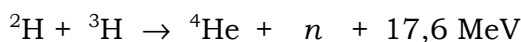
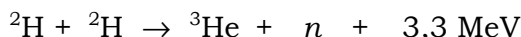
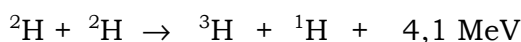
Når  $^{238}\text{U}$  absorberer en neutron, dannes neptunium som er  $\beta$ -aktiv ( $t_{1/2} = 2,35$  d) og som henfalder til plutonium-239 som er  $\alpha$ -aktivt med en halveringstid på 24 000 år.



Dette plutonium er meget giftigt på grund  $\alpha$ -aktiviteten. Det er endvidere fissibelt lige som  $^{235}\text{U}$ .

### 3.9 Fusion

Realistiske fusionsprocesser er følgende



(Bemærk at alle fusionsprocesserne resulterer i dannelselse af to partikler. På grund af bevarelse af energi og bevægelsesmængde er det udelukket at samtlige fusionerende partikler forbliver sammen.)

De to første som alene bruger deuterium  ${}^2\text{H}$ , er stort set lige sandsynlige. Deuterium udgør 0,015% af de naturligt forekommende brintatomer. Det lyder ikke af meget. Imidlertid forekommer brint i enorme mængder i verdenshavene hvorfor der i praksis er overvældende meget deuterium at udvinde heraf.

De to førstnævnte fusionsprocesser fremstiller brændstof til de to følgende.

${}^6\text{Li}$  forekommer kun i ringe grad i naturen, er meget kostbart og har derfor kun interesse i forbindelse med bomber.

Vanskeligheden ved at starte fusionsprocesserne er at de to brændstofkomponenter frastøder hinanden på grund af begges positive ladning.

Det er muligt at opnå fusion ved hjælp af accelerators som skyder de pågældende kerner ind i hinanden. Energiforbruget i denne forbindelse er dog til enhver tid langt større end energiudbyttet. Acceleratorer er imidlertid det mest betydningsfulde middel til studier af kerneprocesser.

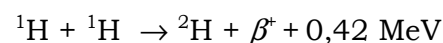
Den eneste metode der p.t. kan give energioverskud, er at hæve temperaturen så meget at varmebevægelserne kan bringe de to komponenter der skal reagere, sammen til berøring. Det drejer sig om temperaturer på karakteristisk 100 millioner °C. Fusioner under disse vilkår kaldes *termonukleare* processer.

Når de først er startet, vil energifrigørelsen fra fusionsprocesserne kunne blive selvvedligeholdende (reaktor) eller selvforstærkende (bombe).

I en brintbombe startes fusionsprocessen ved at bringe en fissionsbombe til eksplosion i centrum af det termionukleare brændstof.

I fusionsreaktorer som har en overvældende forskning bag sig (det afgørende er dog imidlertid hvor megen forskning de endnu har foran sig!) antændes fusionsprocesserne enten ved hjælp af flere fokuserende lasere eller ved elektromagnetiske metoder. Man forestiller sig at holde brændstoffet som er fuldstændigt ioniseret (i plasmafasen) sammen ved hjælp af magnetfelter. De endnu uløste problemer i forbindelse med beherskelsen af fusionsenergien er overvældende.

Himlens stjerner lyser som følge af fusionsprocesser. Den oprindelige opvarmningen (til antændelse af fusionen) skyldtes den udløste potentielle energi da stjernestoffet, hovedsageligt almindeligt brint, trak sig sammen. Den indledende fusionsproces er således



hvilket er en  $\beta$ -proces med meget ringe sandsynlighed. Det har en følge som vi lige *en passant* vil påskønne:

Hvis der ikke var denne meget træge start på fusionsprocesserne, ville verdensrummet godt nok byde på et sandt festfyrværkeri af stjerner som eksploderede lige så snart fusionsprocesserne startede. Men der ville ikke være nogen til at nyde det, for de perioder hvori liv kunne udvikle sig på de omkringliggende planeter, ville ikke forekomme.

### 3.10 Energianalogi

**Ved fusion** er energiinvesteringen i forbindelse med at den elektriske frastødning skal overvindes, mindre end den energi som de tiltrækkende kernekrafter frigør når de får lov at trække nukleonerne sammen.

Det kan illustreres ved en kugle som triller over en barriere og ned i et hul. På følgende figur skal kuglen have så meget kinetisk energi at den kan trille over toppen. Ved faldet ned i hullet udløses imidlertid meget mere energi end der blev investeret på vej op ad barrieren.

De virkelige kerner ruller ikke op ad bakke, men oplever en tilsvarende nedbremsning på grund af frastødningen indtil nukleonerne berører hinanden hvorefter kernekrafterne bevirker den meget hurtige opslugning og fusionen finder sted. Dette er illustreret ved de to positive nuklider forneden.

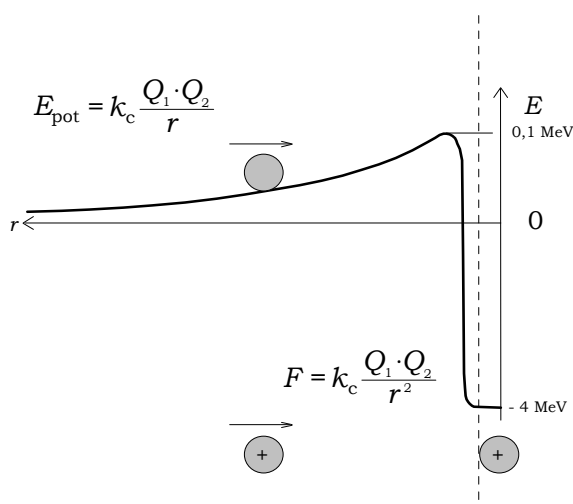


Fig. 14. Coulombbarrieren ved fusion.

Bemærk forskellen i enheden på den positive og den negative del af energiskalaen.

Barrieren kaldes coulombbarrieren fordi den skyldes coulombkrafterne, jf. fig. 1.

Når fusionen er sket, spaltes de samlede nukleoner i to nye partikler hvori den samlede bindingsenergi er større (de er mere stabile). Energoverskuddet tildeles disse som kinetisk energi. Da der er tale om mikroskopiske processer ytrer den sig som højere temperatur.

**Ved fission** er energiinvesteringen i forbindelse med at bryde kernekrafternes tiltrækning mindre end energifrigørelsen når de to positive fissionsfragmenter derefter farer fra hinanden under påvirkning af de frastødende elektriske kræfter.

Det kan illustreres ved en kugle som smutter over en barriere hvorefter den triller ned ad en lang bakke hvorunder den modtager meget mere energi end der skulle til at skubbe den ud over randen.

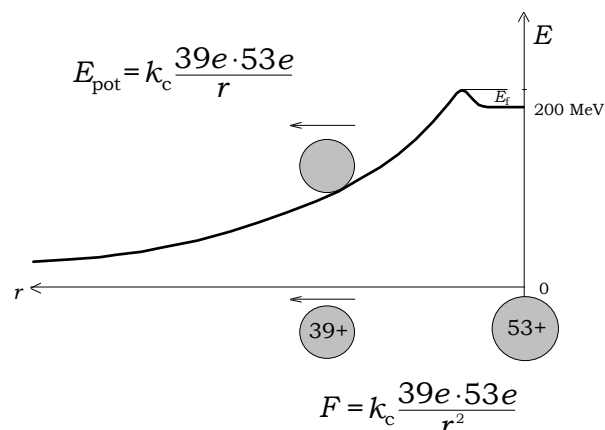


Fig. 15. Coulombbarrieren ved fission.

Fissionsbarrieren  $E_f$  for  $^{235}\text{U}$  er  $5 \text{ MeV}$ . Når en neutron indfanges frigøres der  $6,4 \text{ MeV}$  hvilket således udløser fissionen.

I begge tegninger er forholdene illustreret i et koordinatsystem hvori den ene partikel ligger stille.

## 4. HENFALDSLOVEN

### 4.1 Udledning af henfaldsloven

Radioaktive kerner vil før eller senere henfalde ved at udsende en  $\alpha$ -,  $\beta$ - eller  $\gamma$ -partikel.

Med hensyn til tidspunktet for hvornår henfaldet sker, kan man tænke sig forskellige muligheder som f.eks.

- Kernerne har en ganske bestemt levealder hvorefter de henfalder. (Analogi: ens tidsindstillede bomber.)
- Kernerne trættes efterhånden og henfalder. (Analogi: biler som skrottes efter 10-15 år.)
- En mere kompliceret afhængighed af alderen (i analogi med mennesker for hvilke dødshyppigheden er særlig stor i visse aldersgrupper.)
- Sandsynligheden for henfald i et givet tidsrum  $\Delta t$  er uafhængig af hvor længe kernen har eksisteret (Analogi: Tallerkner der vaskes op dagligt (over stengulv). Eller Würfelwurf for hver kerne.) – alt eller intet.

Det sidste eksempel mere end antyder at være i overensstemmelse med kvantemekanikken.

I forbindelse med kvantemekanikken er det også blevet betonet at determinismen er blevet afløst af sandsynlighedslove.

Den fjerde mulighed rummer dette træk og den vil som vi nu skal bevise, medføre en aktivitet som er i overensstemmelse med laboratorieøvelsen "Aktivitet målt med ionisationskammer".

Vi antager altså at sandsynligheden for at en kerne henfalder i et givet tidsrum  $\Delta t$  kun afhænger af kernens art og ikke af hvor længe den har eksisteret.

Vi betragter et stort antal ens radioaktive kerner (d.v.s. kerner af en bestemt radioaktiv isotop). Med  $N$  angiver vi deres antal. Til tiden  $t = 0$  kaldes antallet  $N_0$ .

Efterhånden som de henfalder bliver der færre af dem. Derfor er antallet af kerner af den betragtede isotop en aftagende funktion  $N(t)$  af tiden.

Vi vil finde  $N(t)$ .

$$\begin{array}{l} \text{Antal: } N_0 \qquad \qquad N \qquad N+\Delta N \\ \text{Tid: } \qquad 0 \qquad \qquad t \quad \Delta t \quad t+\Delta t \end{array} \rightarrow$$

$\Delta t$  er et tidsrum og  $\Delta N$  er den tilhørende funktionstilvækst.

Da  $N(t)$  er aftagende, er  $\Delta N$  negativ. Det positive tal  $-\Delta N$  angiver antallet af henfald i tidsrummet  $\Delta t$ .

Det kan nu indses at for en given størrelse af  $\Delta t$  gælder at

$$-\Delta N \text{ er proportional med } N(t).$$

Endvidere kan det indses at for en given værdi af  $\Delta N$  gælder at

$$-\Delta N \text{ er proportional med } \Delta t.$$

så længe  $\Delta t$  er tilstrækkelig lille, nemlig så længe  $-\Delta N \ll N(t)$ .

Der findes derfor en konstant  $k$  så at

$$-\Delta N = k N(t) \Delta t$$

når  $\Delta t$  er tilstrækkelig lille hvoraf vi får

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -k N(t), \quad \text{for } \Delta t \text{ tilstr. lille}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dN}{dt} = -k N(t)$$

$$\Leftrightarrow N'(t) = -k N(t)$$

hvilket sammen med  $N(0) = N_0$  giver

$$N(t) = N_0 e^{-kt}$$

Hermed har vi fundet at antallet  $N$  af den betragtede isotop er en eksponentielt aftagende funktion af tiden.

Rammen kaldes *henfaldsloven* og  $k$  kaldes *henfaldskonstanten*.

Kald sandsynligheden for at en kerne henfalder i tidsrummet  $\Delta t$ , for  $p$ . Har vi et stort antal kerner  $N$ , vil antallet af henfald være  $pN$  i dette tidsrum. I det antal af henfald er  $-\Delta N$  har vi

$$-\Delta N = pN$$

Af

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -kN(t)$$

ses at  $k = p/\Delta t$  så at  $k$  angiver henfaldssandsynligheden pr. tid.

## 4.2 Aktiviteten, $A(t)$ .

Aktiviteten  $A(t)$  defineres som henfaldshastigheden, altså antallet af henfald pr. tid, altså

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = -N'(t) = kN(t)$$

Med det fundne udtryk for  $N(t)$  får vi

$$\begin{aligned} A(t) &= -(N_0 e^{-kt})' = -N_0 (-k) e^{-kt} \\ &= N_0 k e^{-kt} = A_0 e^{-kt} \end{aligned}$$

hvor den indførte konstant  $A_0$  er aktiviteten til  $t = 0$ .

$N$  er et antal og derfor uden enhed.  $A$  er antal omdannelser pr. tid. Den moderne enhed for aktivitet er Becquerel (Bq) baseret på det internationale enhedssystem, d.v.s.

$$\text{Bq} = \text{s}^{-1}$$

En ældre enhed er Curie (Ci) defineret ved

$$\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

Opg. 12

## 4.3 Halveringstid

$t$  er et vilkårligt tidspunkt. Vi bestemmer tidsrummet  $t_{1/2}$  så at aktiviteten halveres fra  $t$  til  $t+t_{1/2}$ . D.v.s.

$$A(t+t_{1/2}) = \frac{1}{2} A(t)$$

$$\Leftrightarrow A_0 e^{-k(t+t_{1/2})} = \frac{1}{2} A_0 e^{-kt}$$

$$\Leftrightarrow e^{-kt} e^{-kt_{1/2}} = \frac{1}{2} e^{-kt}$$

$$\Leftrightarrow e^{-kt_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -kt_{1/2} = \ln \frac{1}{2}$$

Altså

$$\boxed{k t_{1/2} = \ln 2}$$

Det ses at  $t_{1/2}$  er uafhængig af det valgte  $t$ . En halvering af aktiviteten vil altid tage samme tid  $t_{1/2}$  som kaldes halveringstiden.

Opg. 13, 14, 15

Foruden halveringstiden kan man støde på *middellevetiden*  $t_m$  bl.a. i databogen.

Antallet af partikler der lever i tiden  $t$  og derefter henfalder inden for tidsrummet  $dt$  er  $A(t)dt$ .

Middellevetiden er derfor

$$t_m = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t(-N'(t))dt = k \int_0^{\infty} t e^{-kt} dt = \frac{1}{k}$$

(ved partiel integration).

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = t_m \cdot \ln 2}$$

$$\boxed{k t_m = 1}$$

## 5. FOTONERS ABSORPTION

### 5.1 Udedning af absorptionsloven

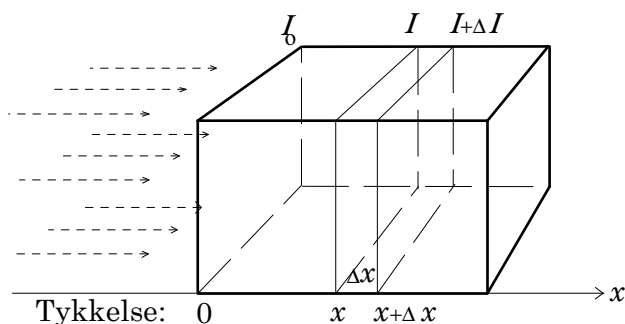
Ved den fotoelektriske effekt overfører fotonen al sin energi til en elektron hvorefter fotonen er væk.

Det betyder at en foton som bevæger sig gennem stof ikke absorberes gradvist, men enten er den uberørt af passagen eller også er den helt væk. -alt eller intet.

Vi betragter en strøm af et stort antal ens fotoner (d.v.s. monokromatisk elektromagnetisk stråling) som rammer en blyklods. Ved intensiteten  $I$  forstår vi antal fotoner pr. areal og pr. tid. Intensiteten dér hvor fotonerne rammer klodsen (d.v.s. ved  $x=0$ ), kaldes  $I_0$ .

På grund af absorption ved fotoelektrisk effekt vil intensiteten aftage jo længere vi går ind i klodsen. Intensiteten er altså en aftagende funktion  $I(x)$  af  $x$ .

Vi vil finde  $I(x)$ .



$\Delta x$  er tykkelsen af et lag af blyklodsen og  $\Delta I$  er den tilhørende funktionstilvækst.

Da  $I(x)$  er aftagende, er  $\Delta I$  negativ. Det positive tal  $-\Delta I$  angiver antallet af fotoner pr. areal og pr. tid som absorberes i laget  $\Delta x$ .

Det kan nu indses at for en given værdi af  $\Delta x$  gælder at

$-\Delta I$  er proportional med  $I(x)$ .

Endvidere kan det indses at for en given værdi af  $\Delta I$  gælder at

$-\Delta I$  er proportional med  $\Delta x$ .

så længe  $\Delta x$  er tilstrækkelig lille, nemlig så længe  $-\Delta I \ll I(x)$ .

Der findes derfor en konstant  $\mu$  så at

$$-\Delta I = \mu I(x) \Delta x$$

når  $\Delta x$  er tilstrækkelig lille hvoraf vi får

$$\frac{\Delta I}{\Delta x} = -\mu I(x), \text{ for } \Delta x \text{ tilstr. lille}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dI}{dx} = I'(x) = -\mu I(x)$$

hvilket sammen med  $I(0) = I_0$  giver

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

Hermed har vi fundet at intensiteten  $I$  er en eksponentielt aftagende funktion af den tykkelse  $x$  som strålingen har passeret.

$\mu$  kaldes den *lineære absorptionskoefficient*.

### 5.2 Halveringstykkelse

Da  $I(x)$  er en aftagende eksponentialfunktion, vil det altid (d.v.s. uafhængigt af  $I$ ) være den samme lagtykkelse som halverer strålingsintensiteten.

Der gælder

$$\mu x_{1/2} = \ln 2$$

Opg. 16



## 6. OPGAVER

### Opgave 1.

Find  $\lambda$  for de synlige linier ved (2) og sammenlign med databogen og evt. laboratorieøvelse.

### Opgave 2.

Find konstanterne i (5) i Databogen og vis ved sammenligning med (3) at Bohrs grundlag altså gav mulighed for at *beregne* Rydbergs konstant. Og beregn den, naturligvis!

### Opgave 3.

Vedr. fig. 3:

Sæt navn på den tegnede henfaldsserie. Indtegn de to andre serier.

Identificer den røde Balmerlinie. Find dens energi. Beregn dens bølgelængde ved hjælp af (1) og (4). Sammenlign med tidligere fundet værdi.

### Opgave 4.

Find bølgelængden på basis af de opgivne tal idet eksponeringstiden var 1 min.

Lad os antage at der i gennemsnit er 1000 fremkaldte korn pr.  $\text{mm}^2$  på negativet som er formateret  $24 \times 36$  mm. I hvor stor en del af tiden har der været en foton på vej hen mod filmen?

### Opgave 5.

Bohr eksperimenterede hos Rutherford med  $\alpha$ -partiklers nedbremsning i aluminium.

Hvis Al-atomerne er kasseformet og ligger klodset op - om jeg så må sige - kan siden i kassen findes ud fra Aluminiums massefylde og atommasse og Avogadros tal.

Kassesiden kan sættes til diameter i Al-atomet.

Find dettes radius.

Kerneradier kan findes ved formlen

$$r = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} \cdot \sqrt[3]{A}$$

Find radius for en Al-kerne.

Sammenlign med påstandene i teksten.

### Opgave 6.

Find den familie, som indeholder  $^{220}\text{Rn}$ .

Opskriv henfald for  $^{220}\text{Rn}$  og for samtlige datterprodukter indtil der opstår en stabil kerne. (De nødvendige oplysninger kan findes flere steder i databogen.)

Find også halveringstider for datterprodukterne. (Det er ikke kun  $^{220}\text{Rn}$  der giver anledning til ionisation i ionisationskammeret i vores laboratorieøvelse -og det skal ikke beklages i denne sammenhæng, vel?)

Hvad mon der er i plastikflasken? (Hvordan kan man blive ved med at puste radon ud af flasken?)

### Opgave 7.

Find massedefekten for tung brint ved hjælp af massetal fra databogen.

Find hermed bindingsenergien for tung brint. Og sammenlign med bindingsenergien pr. nukleon  $E_B/A$ .

**Opgave 8.**

Kontroller dette tal (212 MeV) ved at udregne massetabet ved processen ved hjælp af kernemasserne i databogen.

Brug også databogen til at beregne bindingsenergi pr. nukleon for de betragtede nukleoner og sammenlign med  $E_B/A$ .

**Opgave 9.**

Lav en figur for energiregnskabet i fissionen svarende til fig. 13. Prøv at kontrollere energifrigørelsen ved hjælp af massetabet - og det vil opdages at den pågældende palladiumisotop ikke er registreret med massetal, men dog som et  $\beta$ -aktivt nuklid!

**Opgave 10.**

Beregn den kinetiske energi som  $\alpha$ -partiklen får.

**Opgave 11.**

Følg yttriumisotopen til dørs på tilsvarende måde.

Beregn fissonsprocessens Q-værdi.

**Opgave 12.**

Skolens  $^{137}\text{Cs}$ -kilde er i 1977 kalibreret til en aktivitet på 10  $\mu\text{Ci}$ . Hvad er aktiviteten i dag?

Hvor mange Cs-atomer indeholdt kilden ved fremstillingen? Og hvad var massen af disse?

( $^{137}\text{Cs}$  er både en  $\beta$ - og en  $\gamma$ -kilde idet en meget anvendt  $\gamma$ -stråling på 662 MeV kommer fra Cs's datterprodukt  $\text{Ba}^m$ .)

Hvor stærke er vores  $\alpha$ - og  $\beta$ -kilder?

$\alpha$ -kilden: 1  $\mu\text{Ci}$ ,  $^{241}\text{Am}$ , 1965.

$\beta$ -kilder: 1  $\mu\text{Ci}$ ,  $^{90}\text{Sr}/\text{Y}$ , 1967.

Hvilke energier frigives?

**Opgave 13.**

Bekræfter laboratorieøvelsen "Aktivitet målt med ionisationskammer" den her givne beskrivelse af henfald?

Find i så fald halveringstiden  $t_{1/2}$  for de undersøgte isotoper.

Find henfaldskonstanten  $k$ .

Den indpustede gas er  $^{220}\text{Rn}$ . Find halveringstiden for denne i Databogen.

Besvar denne opgave i rapporten til laboratorieøvelsen.

**Opgave 14.**

$^{14}\text{C}$  dannes til stadighed i den øvre atmosfære hvor almindeligt kvælstof rammes af neutroner fra solen. Det resulterer i en proces som danner  $^{14}\text{C}$ .

Opskriv reaktionsskemaet.

$^{14}\text{C}$  er  $\beta^-$ -aktivt.

Opskriv henfaldsskemaet.

$^{14}\text{C}$ -aktiviteten af organisk materiale fra grauballemanden har en aktivitet som er 78% aktiviteten i kul fra frisk organisk materiale.

Hvornår døde grauballemanden?

**Opgave 15.**

$^{40}\text{K}$  er radioaktivt.

Hvor stor er aktiviteten i 1L havvand som følge heraf?

(Alle nødvendige oplysninger kan findes i Databogen.)

**Opgave 16.**

Find halveringstykkelsen  $x_{1/2}$  for den i laboratorieøvelsen anvendte  $\gamma$ -stråling.

Find ved hjælp af den sidste ramme den lineære absorptionskoefficient  $\mu$ .

Besvar denne opgave i rapporten til laboratorieøvelsen.

## 7. STIKORDSREGISTER

- A, Massetal;7;18;19;20;21;23;29;31  
 Abraham Pais;4;20  
 Absorption;30  
 Absorptionskoefficient;30;32  
 Accelerator;26  
 Aktivitet;28;29;32  
 Alfahenfald;19  
 Anslået tilstand;6;23  
 Antal neutroner;18;19;20;21;23;28;29  
 Antal  
   nukleoner;7;18;19;20;21;23;29;31  
 Antal protoner;18;19;20;21;23  
 Aristoteles;2;7  
 Astronomi;7  
 Atombombe;25  
 Atomer;1;2;3;4;22;32  
 Atomets eksistens;1  
 Atomets masse;2;18;21  
 Atomfysik;18  
 Atomkerne;18  
 Atomkernens eksistens;1  
 Atommodel;3;7  
 Atomnummer;18  
 Atomspektrum;3  
 Attributter;8  
 Balmer;3  
 Balmers formel;3;4;5  
 Barium;5;25;32  
 Basel;3  
 Becquerel;2  
 Begyndelsesbetingelser;8  
 Berigningsproces;25  
 Bevarelse;19;22;26  
 Biler;28  
 Bindingsenergi;18;20;21;22;23  
   27;31;32  
 Biologiens kerne;3  
 Biosfæren;18  
 Blegdamsvej;24  
 Blyklods;30  
 Bombe;24;25;26  
 Bq;29  
 Brint;2;26;31  
 Brintatomet;4;6  
 Brintlinier;3  
 Brownske bevægelser;2  
 Brændstof;26  
 Bølgelængde;3;31  
 Bølgemekanikken;7  
 Cambridge;2  
 Ci;29  
 Coulombbarrieren;27  
 Coulombkonstanten;5  
 Cs-kilde;25;32  
 Curie;29;32  
 Demokrit;2  
 Der liebe Gott;8  
 Determinisme;7  
 Deuterium;26  
 Diagram;6  
 Dilemma;4  
 Dimensionsmæssig anstødssten;4  
 Dirac;20  
 Dobbeltspalte;2  
 Einstein;1;2;4;8;21  
 Einsteins fotonbetingelse;5  
 Elektriske kræfter;2;23;27  
 Elektromagnetisme;1  
 Elektron;1;2;3;4;5;6;7;8;18;19;20;30  
 Elektronvolt;6  
 Elementarladningen;2;3;4;5;6;8;18  
   20;21;23;28;29  
 Emissionsspektrum;6  
 Energi;1;3;5;6;20;21;22;23;25;26  
   27;30;31;32  
 Energiniveau;6  
 Energiudveksling;1  
 Energiværdier;1  
 Excitationsspring;5  
 Exciterede tilstande;6  
 Festfyrværkeri;26  
 Filosofi;8  
 Fission;21;24;27  
 Fissionsbarriere;27  
 Fissionsfragment;25;27  
 Fissionsprodukt;25  
 Forsinkede neutroner;25  
 Fortiden;7  
 Fotoelektriske effekt;30  
 Foton;1;4;5;6;19;30  
 Fotonen;1;4;6;30  
 Fotonudsendelse;6  
 Frekvens;1;3;5  
 Fremtiden;7  
 Fusion;21;26;27;32  
 Gott, der liebe;8  
 Grauballemanden;32  
 Grundstoffernes spektre;3  
 Grundtilstand;3;6  
 Guddommelige magter;8  
 Halveringstid;25;29;31  
 Halveringstykkelser;30  
 Heisenberg;7;8  
 Heisenbergs ubestemthedsrelationer;7  
 Henfald;6;19;25;28;29;31;32  
 Henfaldskonstanten;28;32  
 Henfaldsloven;28  
 Henfaldssandsynlighed;29  
 Henfaldsspring;5  
 Hevesy;4  
 Himlens stjerner;26  
 Indeterminisme;7;8  
 Infrarød;3  
 Ingenting;18

Ionisere;6;26  
 Isotoper;18;28;32  
 J. J. Thomson;2  
 Jern;21  
 Kausalitet;7  
 Kemi;18;25  
 Kernefysik;18  
 Kernekort;18;19  
 Kernekraft;18;23;27  
 Kernemodel;3  
 Kernens størrelse;2  
 Kernereaktorer;25  
 Kinetisk energi;22;27  
 Klassisk fysik;1;4;5;7  
 Kompementære billeder;8  
 Kontinuert kurve;7  
 Kontinuerte;3  
 Korrespondensprincip;4;5  
 Kraftværksulykker;25  
 Krig, 2. verdens-;24  
 Kul;18  
 Kulstof-14-metoden;18  
 Kvantefysikken;1;4;24  
 Kvantemekanikken;2;7;8;28  
 Kvanter;1;19;25  
 Kvantetal;4  
 Kvanteteorien for atomets struktur;4  
 Kædereaktion;25  
 København;4;8;24  
 Køling;25  
 Ladningstal;18;19  
 Levealder;28  
 Liniespektre;1;3  
 Liv;26  
 Lys;1;2;3;5;7  
 Lysabsorption;1  
 Lysets bølgekarakter;2  
 Lysets hastighed;1;5;21  
 Makroskopisk;7;8;23  
 Manchester;2;4  
 Marsden;2  
 Massedefekten;21;31  
 Massetallet;18;19;20;31;32  
 Matrixmekanikken;7  
 Max Planck;1;4  
 Maxwell;1;3  
 Mekanisk instabilitet;4  
 Mikroskopisk;7;8;27  
 Moderering;25  
 Moderne fysik;1;7  
 Modsigelser;3;4  
 Modstridende billeder;8  
 Månen;7  
 $N$ ;18;19;20;23;28  
 Natura non saltum fecit;7  
 Naturkonstanter;5  
 Nedbremsning;2;4;27;31  
 Neutrino;22;23;25  
 Neutronoverskud;19;23;25  
 Newtons love;7  
 Newtons mekanik;1  
 Niels Bohr;1;4;8;24  
 Niels Bohrs Institut;24  
 Nukleon;18  
 Nukleonmasse;20  
 Nuklider;18;19;25;27;32  
 Nutiden;7  
 Oldtidens tænkere;8  
 Omløbsfrekvens;3;5  
 Overfladespænding;24  
 Pais, Abraham;4  
 Pareffekten;23  
 Partikel/bølgedualiteten;2  
 Partikelaspekt;1  
 Partikelkarakter;2  
 Partikler;1;2;7;8;19;22;23;25;26;27;28  
 periodiske system, Det;18  
 Periodiske system, det;18  
 Pigeskole;3  
 Plancks konstant;1;5  
 Plasmafase;6;26  
 Positive ladning;2;26  
 Positron;20  
 Protoner;4;18;19;20;23  
 Punktladning;2  
 $R$ ;3;5;31  
 Radioaktiv gejser;25  
 Radioaktive familier;19;20  
 Radioaktivitet;1;2;4  
 Radon;32  
 Rutherford;2;3;4;31  
 Rydbergkonstanten;3;5;31  
 Rydbergs konstant;3;31  
 Rækkevidde;23  
 Røntgenstråling;1  
 Sandsynlighedslove;7;8;28  
 Schrödinger;7  
 Selvførstærkende;25;26  
 Sommerfugl;3  
 Spektre;3;4  
 Spiralbane;3  
 Spring;1;5;7  
 Stabilitet;3;20;23  
 Stabilitetslinie;19;23;25  
 Stationære tilstande;5;6  
 Stjernestof;26  
 Strålingsinstabilitet;4  
 Strålingsintensitet;30  
 $t_{1/2}$ ;29  
 Tallerkner;28  
 Temperatur;7;26;27  
 Temperaturen;7;26  
 Termonukleare processer;26  
 Thomson, J. J.;2  
 Tjernobyreaktoren;25  
 Tungt vand;25  
 Turbine;25  
 Turbinen;25

u;20  
Ultraviolet;3  
unit;20  
Unit;20  
Ustabile kerner;18  
Vand;25  
Varmebevægelser;26  
Varmestrålingens kvantisering;1  
Verdenshavene;26

Verdensrummet;26  
Væskedråbe;24  
Væskedråbemodellen;24  
Wheeler;24  
Würfel;8  
Würfelwurf;8;28  
Z;18;19;20;21;23  
Øvre atmosfære;18